DOCUMENT RESUME

ED 234 985 SE 043 143

AUTHOR Bauersfeld, Heinrich; And Others
TITLE Analysen zum Unterrichtshandeln - Band 5, IDM-Reihe, Untersuchungen zum Mathematikunterricht. (Analysis of Instructional Actions - Volume 5, IDM Series, Inquiries into Mathematics Instruction.)
INSTITUTION Bielefeld Univ. (West Germany). Inst. for Didactics in Mathematics.
REPORT NO ISBN-3-7614-0661-4
PUB DATE 82
NOTE 224p.; A brief English summary of each paper is included on pages X and XI. For related document, see SE 043 144.
AVAILABLE FROM Aulis Verlag Deubner & Co. KG, Cologne, West Germany.
PUB TYPE Reports - Research/Technical (143) -- Viewpoints (120) -- Collected Works - General (020)
LANGUAGE German

EDRS PRICE MF01 Plus Postage. PC Not Available from EDRS.
DESCRIPTORS Algebra; Communication Skills; Educational Research; Elementary Secondary Education; Language Processing; *Learning Problems; *Mathematics Education; *Mathematics Instruction; Mathematics Teachers; Speech Communication; *Student Teacher Relationship; *Teaching Methods; *Verbal Communication
IDENTIFIERS *Mathematics Education Research; West Germany

ABSTRACT

This set of five papers, written in German with abstracts in English, was collected by the Institut fuer Didaktit der Mathematik (Institute for the Teaching of Mathematics) at the University of Bielefeld in West Germany. In the first paper, Bauersfeld used a transcript of a videotaped scene of group work out of school as a basis for analyzing regularities in the communication within the group. The second paper, by Krummheuer, focuses on frame analysis within an eighth-grade class beginning algebra, and depicts difficulties in the communication process. In the third paper, Reiss proposes that the teacher's job is primarily managerial, with the guiding process a linguistic one. Heymann, in the fourth paper, presents two case studies investigating the implicit classroom theories of two mathematics teachers. The final paper, by Lorenz, considers learning difficulties in primary mathematics lessons. (MNS)

****
* Reproductions supplied by EDRS are the best that can be made *
* from the original document. *
****

ED234985

U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION
NATIONAL INSTITUTE OF EDUCATION
EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION
CENTER (ERIC)

✓ This document has been reproduced as received from the person or organization originating it.

☐ Minor changes have been made to improve reproduction quality.

• Points of view or opinions stated in this document do not necessarily represent official NIE position or policy.

"PERMISSION TO REPRODUCE THIS MATERIAL IN MICROFICHE ONLY HAS BEEN GRANTED BY

Heinrich Bauersfeld

TO THE EDUCATIONAL RESOURCES INFORMATION CENTER (ERIC)."

SE043143

IDM-Band 5
Analysen zum Unterrichtshandeln

IDM-Reihe

Untersuchungen zum Mathematikunterricht

herausgegeben
vom Institut für Didaktik der Mathematik
der Universität Bielefeld

Das IDM ist ein überregionales Zentralinstitut für Forschung, Entwicklung und Koordination im Bereich des mathematischen Unterrichts. Es widmet sich bei interdisziplinärer und kooperativer Arbeitsweise schwerpunktmäßig

— der Forschung und Entwicklung im Bereich des mathematischen Curriculums
— der fachdidaktischen Grundlagenforschung
— der fachbezogenen Unterrichtsforschung
— der Lehrerbildung durch konzeptionelle Arbeit und Materialentwicklung.

Im Rahmen seiner nationalen und internationalen Kooperations- und Koordinationsstrukturen führt das IDM Konferenzen und Arbeitstagungen durch und nimmt vielfältige Beratungstätigkeiten wahr. Am IDM wird eine internationale Bibliothek und eine Sammlung von Dokumenten und Materialien zur Mathematikdidaktik aufgebaut.

Vom IDM werden folgende Reihen herausgegeben:

— Untersuchungen zum Mathematikunterricht
(Aulis Verlag Deubner & Co. KG, Köln)
— Materialien und Studien (erhältlich beim IDM)
— Schriftenreihe des IDM / Dokumentation
(erhältlich beim IDM)
— Occasional Papers (erhältlich bei den Autoren)

Band 5

Analysen zum Unterrichtshandeln

Autoren:
Heinrich Bauersfeld
Hans Werner Heymann
Götz Krummheuer
Jens Holger Lorenz
Veronika Reiß

AULIS VERLAG DEUBNER & CO KG · KÖLN

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Analysen zum Unterrichtshandeln / Autoren: Heinrich Bauersfeld ... — Köln : Aulis-Verlag Deubner, 1982.
(IDM-Reihe ; Bd. 5)
ISBN 3-7614-0661-4

NE: Bauersfeld, Heinrich [Mitverf.]; Institut für Diaktik der Mathematik ‹Bielefeld›: IDM-Reihe

Best.-Nr. 5605
© AULIS VERLAG DEUBNER & CO KG, Köln, 1982
Umschlaggestaltung: Lothar Schubert, 4806 Werther
Gesamtherstellung: Hans Kock Buch- und Offsetdruck GmbH
ISBN 3-7614-0661-4

Inhalt Seite

Zusammenfassungen VIII

Summaries X

Heinrich Bauersfeld

ANALYSEN ZUR KOMMUNIKATION IM MATHEMATIKUNTERRICHT

1. Zur Orientierung 1

2. "Das kann mal der Länge doch irgendwie hinhau'n" - Ein Transkript 3

3. Erster Durchgang - Beschreibung des kooperativen Lösungsprozesses 10

4. Kommentare zu weiteren Durchgängen - Was fällt auf? 15

4.1. Emotionen, Rechenansatz und -kontrolle 15
4.2. Regelhaftigkeiten der "Versuch-und-Irrtum"-Strategie 18
.1 Die Situationsabhängigkeit der Ansätze 18
.2 Die Begrenztheit der Begründungsversuche 19
.3 Die restriktive Funktion der Textfrage 20
.4 Zusammenfassende Deutung und Fragen 21
4.3. Die interaktive Verschränkung der Diskussion 22

5. Vertiefung durch theoretische Erweiterungen 25

5.1. Mathematikunterricht und Habitus 26
5.2. Mathematikunterricht, Lebenswelt und Identität 29
5.3. Mathematikunterricht und Gedächtnisstrukturen 30
5.4. Mathematikunterricht und Lernebenen 33

6. Bemerkungen zur Methode 35

7. Bemerkungen zur Generalisierung und möglichen didaktischen Funktion 36

Literatur 37

Götz Krummheuer

RAHMENANALYSE ZUM UNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE ÜBER "TERMUMFORMUNGEN"

1. Kommunikation im Mathematikunterricht. Einführende Bemerkungen 41

2. Rahmen und Modulation 43

2.1. Rahmen 43
2.2. Modulationen 44

3. Die Kommunikationsstruktur im beobachteten Mathematikunterricht 52

3.1. Zur Struktur der Kommunikation 53
3.2. Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler 54
3.3. Identifizierung von Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler 55
3.4. Der in zwei Kommunikationsbereiche eingeteilte Lernprozeß 56

4. Beobachtungen im Unterricht und Analyse von Kommunikation über Mathematik 57

4.1. Einige Bemerkungen zum Verlauf der gesamten Beobachtungsphase 57
4.2. Übersicht über den Unterrichtsablauf der ersten vier Stunden 58
4.3. Einige Bemerkungen zu den Verlaufsdarstellungen 65
4.4. Geometrische Veranschaulichungen 67
4.5. Umgang mit Variablen und Termen 84
4.6. Abschließende Bemerkungen zu den vier Einführungsstunden 91

5. Rahmen-Analyse von Mathematikunterricht 95

5.1. Die Ungeklärtheit von Rahmen in der Unterrichtskommunikation 95
5.2. Kontext und Rahmen 98

Literatur 102

Veronika Reiß

HANDLUNGSSTEUERUNG IM MATHEMATIKUNTERRICHT DURCH SPRACHE
Zur Anwendung der Sprechakttheorie bei der Analyse von Steuerungsprozessen im Unterricht

1. Einleitung 104

2. Lehrertätigkeit als Steuerung von Unterrichtsaktivitäten 108

3. Signalsysteme im Unterricht 111

4. Sprechakttheoretische Grundlagen 113

5. Signale als spezielle kommunikative Akte 122

6. Methodik und Befunde einer Untersuchung zum Mathematikunterricht 125

Literatur 136

Hans Werner Heymann

DIDAKTISCHES HANDELN IM MATHEMATIKUNTERRICHT AUS LEHRERSICHT
Bericht über zwei Fallstudien zu subjektiven Hintergründen des Lehrerhandelns

0. Einführung 141

1. Theoretische und forschungspraktische Erläuterung zum SUM-Projekt 143

1.1. Zum Begriff der "Subjektiven Unterrichtstheorie" 143
1.2. Zur methodischen Durchführung der Fallstudien 147

2. Interpretationsbeispiele: Didaktisches Handeln aus Lehrersicht und Reflexionen dazu 152

2.1. Zu den Lehrern, den Lerngruppen und zum Unterricht 152
2.2. Zwei Sichtweisen des Problems "Verstehen von Mathematik" als Ausdruck unterschiedlicher didaktischer Grundorientierungen 153
2.3. Zur Wahrnehmung von und zum Umgang mit Zielkonflikten 159
2.4. Auswirkungen des Perspektivwechsels 162

3. Zum Abschluß: Überlegungen zur Genese von Unterrichtserfahrung 164

Literatur 166

Jens Holger Lorenz

LERNSCHWIERIGKEITEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER GRUNDSCHULE UND ORIENTIERUNGSSTUFE

1. Einleitung 168

2. Begriffsproblem 171

3. Ätiologie von Schülerfehlern 175

3.1. Entwicklungsbedingte Fehler 175
3.2. Fehlstrategien 179
3.3. Teilleistungsschwächen 184

4. Diskussion 199

Literatur 202

ZUSAMMENFASSUNGEN

Heinrich Bauersfeld: ANALYSEN ZUR KOMMUNIKATION IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Am Transkript eines Ausschnitts aus freier Gruppenarbeit außerhalb der Schule, vier fünfzehnjährige Schüler arbeiten an einer Textaufgabe, werden schrittweise Regelhaftigkeiten im kommunikativen Handeln der Gruppe analysiert. Unter Benutzung von sozialisationstheoretischen Ansätzen, des Identitäts- und Lebensweltbegriffs sowie eines Modells der Gedächtnisstrukturen läßt sich eine Verbindung der Regelhaftigkeiten zu bestimmten, sie erzeugenden Praxisformen üblichen Mathematikunterrichts herstellen. Da Lernen stets auf verschiedenen Ebenen gleichzeitig stattfindet, werden mit dem angestrebten Wissen offenbar einflußreiche Tiefenstrukturen (Habitus), zumeist verdeckt und oft in zielwidrigen Formierungen, mitgelernt.

Götz Krummheuer: RAHMENANALYSE ZUM UNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE ÜBER "TERMUMFORMUNGEN"

Es ist eine mehrwöchige Unterrichtsbeobachtung des Mathematikunterrichts einer achten Klasse vorgenommen worden. In dieser Zeit wurde der Unterrichtsstoff "(algebraische) Termumformungen" durchgenommen. Für die Rekonstruktionsversuche der beobachteten Kommunikationsprozesse im Hinblick auf das Verständnis über mathematische Inhalte wurde auf die "Ranmen-Analyse" E. GOFFMANs zurückgegriffen. Vier inhaltsspezifische "primäre Rahmen" für Terme konnten in dieser Analyse herausgearbeitet werden. Es wird zu zeigen versucht, daß wegen zu selten und zu unsystematisch stattfindender Wechsel zwischen diesen Rahmen (Modulation) sowohl beim Lehrer als auch bei den Schülern die beobachteten Kommunikationsprozesse von immer gegenwärtigen Rahmenkonflikten überschattet sind. Dies erschwert die Verständigung über die anstehenden mathematischen Inhalte in oft erheblichem Maße.

Veronika Reiß: HANDLUNGSSTEUERUNG DURCH SPRACHE IM MATHEMATIKUNTERRICHT
Zur Anwendung der Sprechakttheorie bei der Analyse von Steuerungsprozessen im Unterricht

Es wird ein einfaches Modell des Lehr-Lern-Prozesses zugrundegelegt, in dem die Aktivitäten der Schüler das zentrale Vermittlungsglied zwischen der Lehrertätigkeit einerseits, den Lernprozessen andererseits darstellen. In diesem Modell läßt sich die Lehrertätigkeit als Steuerung von Schüleraktivitäten konzipieren, die auf die Initiierung, Unterstützung und inhaltliche Lenkung der Schüleraktivitäten zielt. Beschränkt man sich auf das formale Kriterium 'unterrichtsbezogenen Verhaltens', so liefert die Signalsystemtheorie von KOUNIN ein einfaches Prozeßmodell für die Steuerung von Schüleraktivitäten. Da sich dieser Prozeß überwiegend mit sprachlichen Mitteln vollzieht, ist es möglich, den Signalbegriff in linguistischer, speziell in sprechakttheoretischer Terminologie zu spezifizieren. Für die Zwecke einer empirischen Untersuchung zur Handlungssteuerung im Mathematikunterricht des 4. Schuljahrs ist ein Klassifikationssystem für Sprechakte im Unterrichtsdiskurs und deren korrespondierende Signalfunktion entwickelt worden. Die Befunde liefern eine deutliche Bestätigung für die Signalsystemtheorie und belegen, daß sprechakttheoretische Kategorien sinnvoll mit extralinguistischen Modellen unterrichtlicher Prozesse verknüpft werden können.

Hans Werner Heymann: DIDAKTISCHES HANDELN IM MATHEMATIKUNTERRICHT AUS LEHRERSICHT. Bericht über zwei Fallstudien zu subjektiven Hintergründen des Lehrerhandelns

Im Rahmen eines Projekts zur Erforschung subjektiver Unterrichtstheorien von Mathematiklehrern wurden zwei explorative Fallstudien durchgeführt. Auf der Grundlage der Äußerungen von zwei Gesamtschullehrern zu ihrem eigenen, auf Videoband aufgezeichneten Unterricht werden interpretativ unterschiedliche subjektive Vorstellungen der Lehrer zu dem Problem herausgearbeitet, wie Schüler Mathematik verstehen. Weitere Beispiele zeigen, wie Lehrer Zielkonflikte wahrnehmen und wie sie sich beim Betrachten ihres Unterrichts selbst anders sehen lernen. Zu Beginn des Beitrags werden Überlegungen zum Begriff der subjektiven Unterrichtstheorie angestellt. Den Abschluß bilden Gedanken zur Genese von Unterrichtserfahrung.

Jens Holger Lorenz: LERNSCHWIERIGKEITEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER GRUNDSCHULE UND ORIENTIERUNGSSTUFE

Lernstörungen im Mathematikunterricht der Anfangsjahre können aus unterschiedlichen Gründen auftreten, auch wenn sich, oberflächlich, ihre Erscheinungsformen ähneln. Drei Arten von Rechenstörungen werden vorgestellt und mit Beispielen belegt: (a) entwicklungsbedingte Fehler im Mathematikunterricht, (b) Fehlstrategien bei der Informationsaufnahme und -verarbeitung von mathematischen Inhalten und (c) Teilleistungsschwächen. Das vorgestellte Modell von Lernschwierigkeitsursachen erscheint als hinreichend differenziert, um Rechenschwächen diagnostisch zu erfassen und damit eine angemessene Behebung zu ermöglichen.

SUMMARIES

Heinrich Bauersfeld: ANALYSES OF COMMUNICATION IN MATHEMATICS CLASSROOM

The transcript of a video-taped scene of group work out of school is used for the analysis of regularities in the communication within the group. The group consisted of four students (age fifteen) trying to solve a problem task. The analysis makes use of sociological and psychological theories related to personal identity, to social environment ("Lebenswelt") and social relations, and to a model of memory structure. Some regularities were noticed as well as their connection with teaching practices. Since learning occurs on different levels simultaneously, it is assumed that along with the desirable knowledge powerful deep structures for the orientation of activities ("Habitus") are learned, mostly implicit and often taking effect to the detriment of some general aims of mathematics teaching.

Götz Krummheuer: FRAME ANALYSIS: TEACHING AN EIGHTH GRADE CLASS BEGINNING ALGEBRA

Mathematics education in a class of eight-graders has been observed in the classroom over several weeks. The subject matter taught was how to transform algebraic terms. E. GOFFMAN's concept of "frame analysis" was used in the attempts to reconstruct the communication processes observed with regard to students' understanding mathematical subject matter. Four subject-matter-specific "primary frameworks" have been established by this analysis. The study attempts to show that the communication processes observed both in teachers and in students are overshadowed by ever present frame conflicts because change between these frameworks (keying) occurs too seldom and too unsystematically. This lack of keying often considerably obstructs communication about the mathematical subject matter taught.

Veronika Reiß: THE GUIDING OF CLASSROOM ACTIVITIES BY LINGUISTIC MEANS
Remarks on the application of speech act theory in the analysis of classroom processes

Based on a simple model of the teaching-learning process, where the activities of the students function as an intermediate variable between teacher behavior and student learning outcomes, it is proposed that the teacher's job is primarily managerial: aimed at initiating, guiding and supporting students' activities which are assumed to lead to learning. Taking the formal criterion of students' work involvement, the signal system theory by KOUNIN provides a model for the process of guiding students' activities. Since the guiding process is mostly done via linguistic means, it should be possible to specify the signal concept - used rather loosely by KOUNIN - in terms of speech act theory. Some general principles of SEARLE's speech act theory are discussed. A classification system for speech acts in classroom discourse and their corresponding signal type has been developed and used in an empirical investigation of classroom management processes in the fourth grade mathematics classroom. The results show strong support for the signal system theory and indicate that speech act theory can successfully be combined with an extralinguistic model of classroom processes.

Hans Werner Heymann: TEACHERS' VIEW OF THEIR ACTIONS IN MATHEMATICS CLASSROOM. Report on two case studies

Two case studies were attempted in order to investigate implicit classroom theories of mathematics teachers. Based on verbal reports of two comprehensive school teachers on their video-taped classroom activities, different subjective conceptions of the problem, how students understand mathematics, were elaborated. Furthermore it is demonstrated, how teachers perceive conflicting demands, and how they get a new perspective of themselves. Moreover there are presented some considerations to the concept of implicit classroom theory and to the formation of teaching experience.

Jens Holger Lorenz: LEARNING DIFFICULTIES IN PRIMARY GRADES MATHEMATICS

Learning difficulties in primary grades mathematics lessons are due to several causes. The "phenotype", i.e. the structure of the error does not necessarily correspond to one easily distinguishable cause. Three types of learning difficulties are discussed in this article and examples to each are given: (a) developmental errors in mathematics learning, (b) failure-strategies in the acquisition and processing of mathematical information ("student errors" in a narrow sense), and (c) minimal cerebral dysfunction. The model of learning disabilities outlined in this article seems sufficiently differenciated to cope diagnostically with difficulties in mathematics instruction and thus enable the teacher to plan individualized interventions.

ANALYSEN ZUR KOMMUNIKATION IM MATHEMATIKUNTERRICHT UND IN DARAUF BEZOGENEN SITUATIONEN

von Heinrich Bauersfeld

> "Denn was in einem Unterricht unterdrückend sein kann, ist letztlich nicht das Wissen oder die Kultur, die er transportiert, sondern sind die Diskursformen, durch die man sie anbietet."
>
> ROLAND BARTHES
> (Antrittsvorlesung im Collège de France, Januar 1977, S.63)

1. Zur Orientierung

Die Techniken der Audio- und Videoaufzeichnung haben den Versuchen des Verstehens von Prozessen des Lehrens und Lernens eine noch weithin unerschlossene Materialbasis gegeben. Videoaufzeichnungen insbesondere ermöglichen die Speicherung und beliebige Wiederholung von Unterrichtsszenen. Die Einmaligkeit des Eindrucks, die Unwiederholbarkeit des fließenden Wahrnehmens, Sprechens und des Handelns überhaupt werden aufhebbar. Daß man es dabei nur mit auf Auge und Ohr reduzierten, "sinnlich blassen und gefilterten Bildern von Lebenswirklichkeiten" (H.Rumpf) zu tun hat und zudem durch Ausschnitt und Aufnahmeperspektive immer auch bereits interpretierte Bilder, beschränkt die Analysen selbstverständlich, läßt aber genügend Freiraum.

So ermöglichen die Aufzeichnungen einem Beteiligten oder einem Beobachter (oder vielen) eine weitgehende Distanzierung von je eigenen aktuellen Aufmerksamkeitsstrategien und Deutungsgewohnheiten durch das absichtliche und planmäßige Einsetzen von Alternativen in der Beobachtung der Wiedergabe(n). Die Aufzeichnungen ermöglichen es auch, zeitlich weit auseinanderliegende Szenen nebeneinander zu stellen und zu vergleichen. Sie erleichtern damit die Durchmusterung auf Brüche, Analogien und Konsistenzen im Verhalten der Beteiligten und in deren Interaktion.

In diesem Feld gilt mein Arbeitsinteresse inhaltsspezifischen Analysen der Konstitution (mathematischer) Bedeutung zwischen Lehrer und Schülern sowie zwischen Schülern und Schülern, und dies erfordert die Rekonstruktion der Bedingungen ihres Zustandekommens (oder Verfehlens) in der sozialen Interaktion.

Mathematiklernen oder -lehren im Unterricht und in verwandten Situationen erscheint in dieser Betrachtungsweise nicht als die Vermittlung eines persistenten, gewissermaßen unwandelbaren Stoffes, sondern eher als ein - durch die Institutionalisierung weitgehend ritualisiertes - soziales Aushandeln von Bedeutungen und als Konstruktion von gemeinsam "geltendem Wissen" (J.Streeck 1979), Prozesse, deren Erfolg von dem aktuellen Interaktionsverlauf zwischen den Beteiligten ebensosehr abhängt wie von deren individuellen Dispositionen und den objektiven Rahmenbedingungen.

Die Mehrschichtigkeit dieser Prozesse hat offenbar auch auf verschiedenen Ebenen stabilere Lernerträge zur Folge - so Abspeicherungen an verschiedenen Stellen des Gedächtnisses - , von denen das geteilte Wissen und seine Strukturen nur eine bezeichnen. Gleichzeitig formieren sich im Prozeß auch Regelhaftigkeiten und Dispositionen im Strukturieren eben jenes Wissens, seiner Verwendung und der Sinnhaftigkeit des Umgangs mit ihm, sowie im Strukturieren der darauf bezogenen Situationen und Interaktionen. In Unterscheidung vom Wissen und seinen in den subjektiven Aha-Erlebnissen beispielhaft bewußt werdenden subjektiven Fortschritten jedoch bleibt die Formung der Strukturierungen den Beteiligten im Prozeß im wesentlichen verborgen. Sie nehmen nicht wahr, wie sie in der schulischen Wirklichkeit - trotz anscheinend wechselnder Unterrichts-Inhalte und -Methoden - für die Reproduktion der schulischen Wirklichkeit geformt werden. Analysen stützen die Vermutung, daß im Mathematikunterricht nicht selten die Lernerträge auf den verschiedenen Ebenen zum Nachteil der deklarierten Unterrichtsziele sich formen, weil die "Diskursformen" (siehe das einleitende Zitat von R.Barthes) des Unterrichts zwar dem räumlich-zeitlichen Nahziel der Konstruktion "geltenden Wissens" zu dienen scheinen, aber mit den gleichzeitig sich formierenden Strukturierungsgewohnheiten den Fernzielen eines flexiblen und reflektierten Anwendens in "nicht-gehabten" Situationen (zum Beispiel) oder gar eines kritischen Gebrauchs entgegenwirken.

Analysen dieser Art sind auf verstehende Rekonstruktion angelegt und sind damit selbst Teil einer auf Verständigung angelegten Praxis kommunikativen Handelns, aus der sie, insbesondere in der kritischen Diskussion mit den Beteiligten, zugleich ihre Validierung beziehen. Sie erweisen sich daher als in besonderem Maße empfindlich gegen die gewählten Beschreibungsmittel, gegen die Begriffe der beigezogenen Theorien, ihre denotative Einbettung und ihre konnotativen Weiterungen, sowie gegen die in den Sprachfiguren mittransportierten Bilder (Metaphorik) und deren Deutungsfolgen (vgl. hierzu H.Bauersfeld/W.Zawadowski 1982). Die Interpretationen stützen sich daher bevorzugt auf Theorien, in denen derartige epistemologische und semiotische Probleme mitreflektiert werden.

Das sind vor allen anderen disziplinübergreifende Theorien des sozialen oder kommunikativen Handelns (A.Schütz 1977, 1979; J.Habermas 1971, 1981; E.Goffman 1977), des Symbolischen Interaktionismus (H.Blumer 1969; Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen 1973) und psychoanalytisch orientierte Identitätstheorien (E.H.Erikson 1966, 1981; L.Krappmann 1971) sowie deren Anwendungen auf institutionalisierten Unterricht (K.Mollenhauer 1976, F.Wellendorf 1978) usw.

Die methodologische Orientierung folgt der Weiterentwicklung phänomenologischer Ansätze in der Ethnomethodologie (A.Cicourel 1974, 1980; H.Mehan 1978, 1979) und anderen verwandten Richtungen der Sozialwissenschaften (U.Oevermann 1976, 1979; T.Leithäuser/B.Volmerg 1979; E.Terhart 1981). Von den ethnomethodologischen Studien abgesehen erfordert die Nutzung der anderen Ansätze durchweg Erweiterungen und Transformationen, weil sie in ihrer Allgemeinheit dem fachdidaktischen Interesse an gegenstandsspezifischen, d.h. auf Mathematik bezogenen Interaktionen nicht entgegenkommen.

An einem Transkriptausschnitt aus der Videoaufzeichnung einer Schülergruppe werden nachstehend verschiedene Interpretationsansätze erprobt. Die Diskussion einiger theoretischer Aspekte dieser Praxis schließt sich an, gefolgt von einem, dem Entwicklungsstand entsprechenden kurzen Ausblick auf die mögliche Funktion derartiger Analysen für die Fachdidaktik.

2. "Das kann mal der Länge doch irgendwie hinhau'n" - ein Transkript

Vorangestellt sei das Protokoll von vier Schülern, die sich gemeinsam um die Lösung einer gestellten Mathematikaufgabe bemühen. Lehrern mag manches von dem Gesprochenen vertraut in den Ohren klingen und sie an die Tischgespräche im Gruppenunterricht erinnern. Der Text ist ein Stück aus dem Transkript einer Videoaufzeichnung von einer ähnlichen Situation. Die vier Schüler arbeiten nachmittags, außerhalb des Unterrichts und freiwillig, an Aufgaben, die mit dem im Unterricht behandelten Thema "Termumformungen" zusammenhängen.

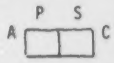
Der hier wiedergegebene Ausschnitt liegt etwa in der Mitte der aufgezeichneten Kleingruppensitzung. Den Schülern lag ein vorbereitetes Arbeitsblatt mit insgesamt vier Aufgaben zum Thema vor. Der Ausschnitt gibt die Diskussion zur dritten Aufgabe wieder, der ersten Sachaufgabe des Blattes (sie geht im übrigen auf Walter Lietzmann zurück):

> "3. Für eine Schule, die 1000 Schüler hat, soll ein rechteckiger Schulhof gebaut werden. Die Breite ist der Abstand des Schulgebäudes von der Straße, sie beträgt 30 m. Wie lang muß nun der Schulhof sein, damit jeder einzelne Schüler 3 m² Platz hätte?"

Die Schüler bearbeiteten die Aufgaben gemeinsam nacheinander, und zwar ohne weitere Eingriffe von außen. Insbesondere war kein Lehrer anwesend. Die Aufnahmesituation war den Schülern aus dem Unterricht sowie aus mehreren vergleichbaren Kleingruppensitzungen vertraut. Die Aufzeichnung fand am 17.November 1980 statt. Götz Krummheuer fertigte sie im Rahmen eines von der DFG geförderten Forschungsprojektes an (Näheres findet man in seinem Beitrag in diesem Heft). Das Transkript verfaßte Günter Rehling.

Es ist eher ein Zufall, daß alle vier Schüler Schülerinnen sind. Sie waren damals Tischnachbarn in einer 8.Klasse aus dem gymnasialen Zweig einer Additiven Gesamtschule. Ihre Namen sind selbstverständlich geändert. Ihre Sitzordnung gibt die Skizze wieder.

A = Anette P = Patty S = Sylvia C = Cornie



(Kamera)

Der Ausschnitt dauert knapp 7 Minuten.

Zur Transkriptionstechnik sind einige Hinweise erforderlich. Wir folgen dem von W.Kallmeyer (1979) und F.Schütze entwickelten Modell. Weil es um Sprechsprache geht, haben Satzzeichen keine Funktion. Sie werden für phonetische Kennzeichnungen benutzt: Ein Komma steht für ein ganz kurzes Absetzen; zwei oder drei Punkte für eine kurze oder mittlere Pause; ein Punkt bezeichnet das Senken der Stimme, ein Apostroph das Heben und wenn die Stimme in der Schwebe bleibt, wird ein Bindestrich angehängt. Unterstrichene Wörter werden auffällig betont, gebrochen unterstrichene klingen gedehnt. Unverständliche Äußerungen markiert eine Klammer mit Punkten (..). Eckige Klammern bezeichnen parallel zu lesende Zeilen, also gleichzeitig Gesprochenes. Von der üblichen Rechtschreibung der Wörter wird abgewichen, wenn es die Darstellung der Umgangssprache erforderlich macht.

01 S: (liest) Für eine Schule, was', die tausend Schüler hat, soll ein
02 rechteckiger Schulhof gebaut werden. Die Breite ist der Abstand des
03 Schulgebäudes (leises Lachen von mehreren) von der Straße. Sie beträgt
04 dreißig Meter (bis hier lesen mehrere laut mit). Wie lang muß nun der
05 Schulhof sein, damit jedes einzelne, jeder einzelne Schüler drei
06 Quadratmeter Platz hätte.
07 C: Ööh
08 A: Also, gib mir das mal (nimmt sich einen Stift vom Tisch)
09 P: Moment ganz langsam und sachte. Für eine Schule die hundert Schüler-
10 A: (einfallend) Tausend.
11 P: tausend, is ja egal.
12 A: na is eben nit egal.. (Lachen)
13 P: die tausend Schüler hat, soll eine rechteckig-
14 C: (laut und betont) soll ein rechteckiger Schulhof gebaut werden.

(normal weiter) Die Breite ist der Abstand des Schulgebäudes von der Straße, sie beträgt dreißig Meter. Wie lang muß nun der Schulhof sein, damit jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hätte.
(während C liest, malt P auf ihrem Blatt)

S: Tja tja, das ist die Frage. (geziert)

P: (zeigt auf ihrem Blatt) Und hier ist die Straße, angenommen das sind drei3ig .. Meter.

A: (einfallend) Meter. So, schreib du des mal auf .. nein, das is der Schulhof. (zeigt auf P's Blatt)

P: Nein das ist das Schulgebäude. (lebhafte Bewegung in der Gruppe)

A: Njea, dann is <u>das</u> der Schulhof

P: Nja.

A: Aber paß mal auf-

S: (richtet sich auf und schaut zu P hin) Praktisch aber-

P: Hier, wir könnten ja en Schulhof so machen, wir könnten ne aber auch hier hinten erst äh aufhören lassen ..
(Auch C schaut dabei auf P's Blatt)

A: wie lang, des steht da ja net.

P: Nur wie breit-

C: Da steht <u>nur</u> die Breite ist der Abstand des Schulgebäudes von der Straße.

A: Also sinds dreißig Meter

P: Genau wie da.
S: Klar.
C: Klar dreißig Meter,
(alle laut, lebhafte Bewegung in der Gruppe)

dreißig Meter muß das sein.

P: Ja, dreißig mal, mal dreißig und-

S: (einfallend) Jetzt müßt mer nur wissen wie lang.
(...) (auch die andern fallen ein, alle reden bewegt durcheinander)

C: Na klar, da steht ja, wie lang muß der Schulhof sein, damit jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hat.

A: (aufgeregt einfallend, laut) Drei Quadratmeter mal dreißig .. oder net'

C: Weiß ich net. (mehrere lachen) Jetzt warte mal.
(Pause von etwa 30 Sekunden. P rechnet auf ihrem Blatt, die andern sehen ihr zu. Eine unverständliche Zwischenbemerkung fällt.)

P: Neun an sich, ooaah rechne ich aber komisch. (lehnt sich zurück, mehrere lachen. Etwa 5 Sekunden Pause.)

P: Na, neunzig Meter (mehrere lachen) für den ganzen Schulhof (..)
(zu S und C gewandt) isn bißchen wenig, ne'

C: Ja, du mußt äh Quadratmeter (es entsteht lebhafte Bewegung)

A: Das sind doch neunzig Quadratmeter. (sieht dabei auf P's Blatt)
P: Quadratmeter.]
S: Quadratmeter, dreißig mal dreißig] (alle laut)
C: Quadratmeter.]
P: Glaubst das kommt hin für tausend Schüler' (zu S und C gewandt)
A: Hier Quadrat-
P: Tausend.
C: Warte mal-
A: Ja hier das sind neunzig Quadratmeter (schreibt auf P's Blatt)
C: Also dreißig mal dreißig is er dann.
S: Nein, is er net, das paßt überhaupt net, bei tausend Schülern neunzig Quadratmeter.
A: Das geht überhaupt net.
C: Dreißig mal dreißig, das geht net
S: Drei Meter .. drei Quadratmeter.
A: Komm wir nicht auf drei. Das muß man gar net so rechnen, so soooh
C: Das ist eine komische Aufgabe.
P: (malt auf ihrem Blatt) Eintausend
A: Brauchste net so groß zu machen (sieht auf P's Blatt dabei)
P: Doch, damit mans anschaulicher kriegt, das ist die Straße
(S und C schreiben derweil jeder für sich auf ihren Blättern)
de de de de breit, so jetzt paß mal auf, paß mal auf.]
S: (...) (zu C) Schüler mal Breite.]
A: Dreißig Meter
C: (zu S) Schüler mal Breite.
S: So und jetzt, angenommen-
C: (laut) Ja, äh, wir müssen ja auch mal (A und P sehen C an) äh, hier das, da steht ja, daß jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hätte, ne, da müsse mer also die tausend Schüler auch irgendwie da, mit unterbringen-]
P: Genau, tausend mal drei-] ..
A: (schnell) Tausend mal drei sind dreitausend.
C: Dreitausend Quadratmeter.
P: Dreitausend Quadratmeter..
A: (schreibt dabei auf P's Blatt) Quadratmeter'
P: Ja, jetzt müss mer- jetzt müsse wahrscheinlich die dreitausend
C: (dazwischen einfallend) Geteilt durch-
P: geteilt durch dreißig.
A: Ja genau.
P: durch die Länge- (S sitzt aufrecht und schaut A und P zu)

A: (rechnet auf P's Blatt) Drei-
P: Hä, mach schon. (mehrere lachen kurz) Mach doch eine Null weg,
dann haste dreihundert Quadratmeter.
S: Dreißig (schaut A zu. Auch C schaut A zu)
P: Hamma dreihundert Quadratmeter, ja müßte hinkommen.
(sieht kurz zu S und C)
A: Dreihundert Quadratmeter. Ja, nee, kommt net ..
C: (dazwischen) Kommt net hin.
A: Dreihundert Quadratmeter ist der Schulhof meinetwegen jetzt, ne',
wir wissen aber immer noch net die Länge vom Schulhof ...
(schaut die andern drei an)
P: Ja, ähm. es is ja ..
S: Dreihundert Quadratmeter kann doch net (es entsteht Bewegung)
C: Die Frage ist ja ganz anders-
S: Paß auf, wie lang muß der Schulhof sein- (alle laut)
P: (einfallend) Dreihundert Quadratmeter muß der Schulhof sein-
A: (dazwischen) Dreitausend. (sieht C an)
P: Dreitausend. (sieht C an. S schaut P und A an)
C: (hastig und laut) Ähhh, das geht gar nicht, dreitausend Quadratmeter
muß ja die Schule schon mal sein (bei den ersten Worten sich auf-
tend) damit jeder, äh, Schüler drei Quadratmeter Platz hat.
A: Nja, also.
C: Ja, na also, is äh, die Quadratmeterzahl also tau- dreitausend, äh,
Quadratmeter .. (kurzes Lachen mehrerer) insgesamt.
A: (dazwischen) Jaaa
(Nun entsteht sehr heftige Bewegung, alle laut)
C: Ja, jetzt muß ma die Länge-
A: (einfallend) Ja, aufm Schulhof soll das sein-
(..) (alle sprechen durcheinander)
P: Ja, hab ich doch hier auch gemacht.
C: Drei Quadratmeter, brau- brauchen wir dann, also
wenn jeder Schüler
P: Drei Quadratmeter (alle laut und heftig)
S: Dreitausend
C: (fortfahrend) drei Quadratmeter haben muß, äh, haben soll-
P: Was solln das für Klassen geben' ..
C: (dazwischen) dann äh .. Was'
A: Ooh, das hat doch jetzt gar nichts damit zu tun (sieht C an)
(Auch P und S sehen C an)
C: Is ja egal. Und, äh, tausend Schüler sind es. Dann äh brauchen wir

ja wohl äh dreitausend ka Quadratmeter. (alle immer noch laut)
A: (aufgeregt) Die, der Schulhof muß dann so, aber n wissen mer,
hab ich ihr doch gesagt, da wiß mer immer noch net, wie lang der
Schulhof ist ...
C: (betont) Ja, deswegen. (Die Bewegung verebbt, leise weiter)
P: Ja.
A: Das müssen wir ja ausrechnen, das ist die Frage ..
P: Ja, dann müssen wir das (zeigt dabei auf ihr Blatt) als Strecke a
bezeichnen. (Auch A sieht auf P's Blatt)
S: (sehr leise) Und dabei .. (sieht auf ihr Blatt. Auch C tut das)
A: Ja, nee.
S: Das kann doch hinkommen (zu C gewandt) daß dann die Länge ist,
dreihundert Quadratmeter, weil die Breite is ja auch noch da,
dreißig Meter.
A: Ja, da iss .. aber wie soll ich' .. (Bewegung in der Gruppe)
P: Quadratmeter. (lehnt sich zurück)
C: (schnell, sich überhaspelnd zu allen dreien) Quadratmeter, das is
innen drin, der Inhalt, also der Raum ..
A: Wieson das'
S: Das kann mal der Länge doch irgendwie hinhaun- (Pause 3 Sekunden)
P: (sich vorbeugend) Der Raum ist dreitausend Quadratmeter.
S: Ja (mehrere lachen kurz)]
C: Ja, ich wollt gerad was dazu sagen]
P: Ne'
C: (zu P) Sag du erst mal.
P: Dreitausend. Dann is das dreißig .. und das ist dreihundert lang.]
C: (dazwischen) Hmhm]
S: Drei mal dreihundert, das sind .. dreitausend.
P: Hoho, wie hasten das ausgerechnet'] (heftige Bewegung,
C: Das stimmt net.] alle laut)
A: Also, ähem, wie soll ich das jetzt hinschreiben']
P: (dazwischen) Hm]
also, dann ist also, die .. die äh .. Breite.
S: (beim Aufschreiben) Der .. Quatsch, die Länge.
A: Die Länge is dreihundert Meter (sieht zu S hin)
S: Beträgt dreihundert Quadratmeter.
P: Nein, dreihundert Meter, keine Quadratmeter. Guck mal,
Quadratmeter sind ja-
C: Klar da, Quadratmeter des wär ja der Flächeninhalt.
A: (einfallend) Is ja-

175 P: Der Schulhof ist dreitausend Quadratmeter groß.
176 S: Egal- (lebhafte Bewegung, alle laut)
177 P: Is gar nich egal...
178 A: Der Inhalt is dreitausend-
179 S: Wie lang muß der sein, (zu P gewandt) der is ja gar net]
180 A: (einfallend) Jaaa ... dreihundert]
181 S: Ja (leise)
182 A: Dreihundert, äh
183 P: (zu S gewandt) Meter
184 S: Hast doch eben dreitausend gesagt (zu P gewandt)
185 A: Aber, rroh
186 P: Die Länge ist dreihundert, und die Breite is, ähem, dreißig Meter
187 ne' .. oder' .. nee, die Breite' (S schreibt)
188 A: Jetzt bin ich erst mal bei der Länge.
189 P: Die Breite is dreißig Meter, und dann is die Länge eben, äh
190 dreihundert, ja.
191 S: Dreihundert Meter' ...
192 P: (zu A) Meine Güte, was bist du schlau.
193 A: Ja.
194 C: Dreihundert', nee das kann doch gar net hinkommen. (sitzt aufrecht)
195 S: Ja, das kann hinkommen. Rechne mal.. (schreibt)
196 C: (sieht P an) Rechne mal dreißig mal dreihundert...
197 A: (sich vom Schreiben aufrichtend) Äih'
198 P: Da kommt irgendwas mit neun raus, ne-
199 C: (zu P, betont) Nja, deswegen nämlich, da kommt erst ne einhundert
200 S: (sieht P an) Einhundert] (lebhafte Bewegung,
201 A: Einhundert (auf ihr Blatt sehend)] alle laut)
202 P: (sieht S und C an) Einhundert'] ..
203 (alle lachen wie befreit auf)
204 P: (nachdenklich) Einhundert mal', ja, kommt hin, kommt hin.
205 (A und S schreiben)
206 C: Nja, einhundert höchstens.
207 P: Oh meine Güte, nee.
208 S: Is das schwierig ...
209 A: So. Jetzt ham wers, jetzt kommt die vier.

Es sollte noch angemerkt werden, daß die Schüler seit mehr als einem Jahr an Gruppenarbeit gewöhnt sind und daß sie für die Aufzeichnung ausgewählt wurden, weil sie auch während des Unterrichts eine "Kleingruppe intensiv kommunizierender Schüler" (KIKS, vgl. Krummheuer 1981) bildeten.

3. Erster Durchgang - Beschreibung des kooperativen Lösungsprozesses

Im Folgenden beschränken wir uns zunächst auf die engsten Diskussionszusammenhänge, d.n. auf die Rekonstruktion von Schritt zu Schritt. Des weiteren achten wir dabei (hier) nur auf die gegenstandsspezifischen Aspekte: Wie entwickelt sich die Lösung mit allen Irrwegen und Fehlern? Im Text sind - abgesetzt durch Einziehen - erste Interpretationen und Bemerkungen eingefügt. All dies ist Stück eines Interpretationsprozesses, nicht abgeschlossen, und daher der Kritik in den folgenden Abschnitten unterworfen.

Die Aufgabe wird von den Schülern zweimal gelesen (01-06 und 09, 13-17). In der kleinen Sequenz dazwischen fallen die Zahlen "hundert" (09) und "tausend" zweimal (10, 11).

Für die Nennung von "hundert" gibt es keinen Bezug im Transkript. Allenfalls kann die Tatsache, daß die Angabe "1000 Schüler" im Aufgabentext in Ziffern geschrieben ist, für einen Lesefehler sprechen.

Patty hört bei dem Wort "rechteckig" mit dem Lesen auf. Sie dehnt es deutlich und beginnt dann auf ihrem Blatt zu malen (13). Cornie liest weiter. Nach Beendigung des Lesens erläutert Patty ihre Skizze (20), sie ist nicht erhalten. Anette sorgt für das Eintragen des Abstandes 30 m (22). Der kurze Streit um die Deutung der Skizze, was darin der Schulhof und was das Schulgebäude sei (22-27), wird von Patty mit dem Hinweis auf die Unsicherheit seiner Lage offenbar für alle einsichtig beendet: "wir könnten ne aber auch hier hinten erst äh aufhören lassen" (29/30).

Der Aufgabentext bestimmt die Lage des Schulhofes nur bis auf Parallelverschiebungen zur Straße bzw. zur Gebäudefront, wenn man von der (nicht notwendigen) Parallelität von Straße und Gebäudefront ausgeht. Die Schüler unterstellen diese übliche Lage offenbar als selbstverständlich.

Der Hinweis von Anette "wie lang, des steht da ja net" (32) und die zweimalige Betonung "nur wie breit" (33, P) und "nur die Breite" (34, C) folgen deutlich dem vorliegenden Aufgabentext. Daher wohl einigt man sich - fortsetzend im Text (34) - auf die Identifizierung des Abstandes von "dreißig Meter" in der Skizze, und das geschieht mit deutlichen Emotionen (36-40).

Spontan wirft Patty "dreißig mal, mal dreißig" (41) ein.

Da sie selbst die Skizze angefertigt und "30 m" eingetragen hat, liegt es bei dem "rechteckigen Schulhof" nahe, daß eine Verbindung zur Formel "Länge mal Breite" hergestellt wird. Da die Länge nicht gegeben ist, bleibt es bei der Nennung der Operatoren.

Das versteht wohl auch Sylvie so (42) und ebenso die andern beiden, deren Unruhe deutlich mit der unbekannten Länge zusammenhängt, wie Cornies weitere Suche im Aufgabentext (44/45) belegt: "da steht ja, wie lang muß der Schulhof

sein, damit jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hat." Anette leitet daraus spontan den ersten Ansatz ab "drei Quadratmeter mal dreißig" (46).

Sie fällt damit voll dem tückischen Datenarrangement des Aufgabentextes zum Opfer. Im Grunde hat schon Pattys erster Einstieg zur Lösung diesen Schritt vorbereitet, denn sie begann ihre Skizze mit dem Stichwort "rechteckiger Schulhof" - und nicht mit einer Datenübersicht zum Beispiel, die auch die Angabe "tausend Schüler" am Textanfang einbezogen hätte. Das lineare Abarbeiten des Textes, das "Kleben" an der gegebenen Reihenfolge, bewirkt eine weitere Einengung der Handlungsmöglichkeiten.

Offenbar wird "drei Quadratmeter" als Länge in die Formel Länge-mal-Breite eingesetzt. Dafür spricht auch die Reihenfolge in der Äußerung (46). Niemand stört sich an den Einheiten, wiewohl es in dem Ansatz um "drei Quadratmeter" und "dreißig Meter" geht. Vielmehr sehen alle der rechnenden Patty zu, die mit einigem Aufwand das Produkt schriftlich auf dem Blatt ausrechnet (48/49).

Das Transkript gibt nur unvollkommen wieder, was die Videoaufzeichnung erkennen läßt: An Pattys Handbewegungen mit dem Stift lassen sich deutlich die Ziffern, das Untereinanderschreiben und der Produktstrich ablesen. Das Verfahren kommt ihr selbst "komisch" (50) vor, die andern lachen mit. Ihr mit der Einheit der Breite versehenes Ergebnis "neunzig Meter" (52) stößt auf heftige Kritik aller anderen. Man einigt sich bewegt und laut auf "neunzig Quadratmeter" (54-58). Die weitere Diskussion legt offen, daß alle Schüler dabei an die Flächengröße des Schulhofes denken: Patty wiederholt ihre schon zu Beginn (52/53) geäußerten Zweifel: "Glaubst das kommt hin für tausend Schüler?" Anette schreibt "90 m²" auf den Schulhof in Pattys Skizze, und Cornie deutet das gemeinsame Ergebnis als "also dreißig mal dreißig is er dann." (64) und meint damit zweifellos den Schulhof.

Da Cornie diese Äußerung unmittelbar nach Anettes Eintragung vorbringt, kann ein als nahezu quadratisch gezeichneter Schulhof der Auslöser sein. Pattys Skizze jedenfalls war mit "30 m" als Breite und "90 m²" auf der Hoffläche beschriftet. Dagegen spricht der offenbare (?) Rechenfehler, so daß auch ein Versprecher vorliegen könnte, aber dagegen steht (68). Sylvie und Anette widersprechen (65-67), und Cornie lenkt ein "das geht net" (68). Die Korrektur folgt allgemeiner Plausibilität, keiner Rechenkontrolle. Die entstehende Unsicherheit - "Das ist eine komische Aufgabe" (71) - läßt die Vierergruppe in zwei Partnergruppen zerfallen. Anette und Patty sowie Sylvie und Cornie arbeiten jeweils zusammen auf einem Blatt (72-81).

Das Transkript gibt dieses zeitweise Zerfallen der Diskussion in zwei getrennte Diskussionsstränge nur indirekt wieder durch die Adressierung. (Bei häufigerem Auftreten und stabiler Gruppenunterteilung kann ein Buchstabe vor dem Sprechernamen den Kommunikationsstrang kennzeichnen.)

Sylvie und Cornie sprechen von "Schüler mal Breite" (77 und 79). Sie haben offensichtlich noch einmal begonnen, den Aufgabentext zu lesen, denn Cornie zieht die Aufmerksamkeit aller auf sich mit ihrer Entdeckung: "da steht ja, daß jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hätte, ne', da müsse mer also die tausend Schüler auch irgendwie da, mit unterbringen" (82-84). Das veranlaßt Patty zur spontanen Bildung des dritten Ansatzes "tausend mal drei" (85).

Wieder wird keine Argumentation geliefert. Das Produkt "steht plötzlich da". Die beiden zugehörigen Daten sind unmittelbar vorangehend genannt worden: "drei Quadratmeter" und "tausend Schüler" (82/83), sodaß die Verknüpfung davon im Sinne von "jeder Schüler hat 3 m² Platz, es sind 1000 Schüler" gebildet worden sein kann. (Dies würde der im angewandten Rechnen häufigen Figur entsprechen "Jeder hat x, es sind n Leute, also sind es n mal x im ganzen", wie Schüler sie äußern.) Dafür spricht auch die Reihenfolge der Zahlen in Pattys Äußerung: "tausend mal drei" (85) und nicht "drei mal tausend".

Sofort werden auch das Ergebnis (86) und die richtige Einheit (87 und 88) genannt. Eine explizite Deutung der Größe findet nicht statt, wenn man von Anettes Eintragung auf Pattys Blatt absieht. Vielmehr liefert Patty (90/92), sekundiert von Cornie (91) sofort die Vermutung für die Fortsetzung: "jetzt müsse mer wahrscheinlich die dreitausend geteilt durch 30".

Nach Anettes Eintragung in der Skizze mag beim Zustandekommen dieses vierten Ansatzes die Vorstellung vom Schulhof als rechteckiger Fläche von 3000 m² Größe und 30 m Breite samt der gesuchten Länge im Spiel sein. Pattys nachgeschobene Bemerkung "durch die Länge" (94) bezieht sich wohl auf dieses Bild, wenngleich die Logik nicht erkennbar wird.

Die Ausführung der Rechnung von Anette, klar unter Druck und mit falscher Anweisung: "Hä, mach schon." und "Mach doch eine Null weg" (96) produziert ein falsches Ergebnis mit einer sinnlosen Einheit "dreihundert Quadratmeter" (97, 99, 101).

Nach dem Verlauf kann die Wahl der Einheit eine einfache Fortschreibung bedeuten: Auf "3000 m²" folgte der Ansatz "3000:30", wobei keine Einheit genannt wurde. Ohne weiteres Nachdenken fortgeschrieben ergäbe sich 3000 m² : 30 = x m² als Beispiel einer "algorithmisch-mechanischen" Erledigung mit nur schwachen Kontextbeziehungen (vgl. den Beitrag von G. Krummheuer in diesem Heft zum Rahmen-Begriff).

Nach kurzem Zweifel an ihrer Rechnung (101) schließt sich Anette mit "meinetwegen" (103) der drängenden Patty an. Doch Sylvie und Cornie äußern ihre Skepsis gegen die "dreihundert Quadratmeter" (107-109). Auf Sylvies Stichwort "Schulhof" (109) erinnert sich Anette offenbar an die von ihr selbst in die Skizze eingetragene Flächengröße 3000 m² (111) und setzt sich damit durch,

unterstützt von Cornies Erläuterung (113-115). Ihr "nja, also" (116) signalisiert die Befriedigung darüber. Cornie aber will ihren Gedanken abschließen und verhaspelt sich dabei zur Erheiterung der andern (117/118).

Die Äußerung von ihr "die Quadratmeterzahl also tau- dreitausend, äh, Quadratmeter" (118) belegt erneut die Schwierigkeiten, die diese Schüler mit den Einheiten haben. In der Eile, ihre Äußerung noch anzubringen, hängt sie der korrekten Angabe "Quadratmeterzahl dreitausend" noch die Einheit "Quadratmeter" an.

Das heftige "jaaa" Anettes (119), wohl als Abwehr gegen Cornies Wiederholung "Ja, na also" (117) zu ihrem Triumph (116) gemeint, löst wiederum Cornies Gegenwehr mit dem betonten "ja" (121) aus. Scheinbar Diskussionspartner, reden sie aneinander vorbei: Cornies Äußerung (113 f.) leitet offenbar einen längeren Gedankengang ein, der erst mit (139) seinen Abschluß findet. Anette versteht den Beitrag aber als eine Unterstützung für sie und bekräftigt das (116). Cornie sieht sich unnötig unterbrochen und so schaukeln sich die Affekte auf, über Cornies Wiederholung (117) zu Anettes heftiger Reaktion (119), Cornies Gegenwehr (121) und schließlich zu Anettes scheinbar sachlicher, aber in ganz zurechtweisendem Ton vorgetragenen Äußerung (122).

Sie mußte offenbar noch irgendetwas sagen, um ihren Ärger loszuwerden, und der Hinweis auf den "Schulhof" paßt in ihre Äußerungsfolge seit (104).

Die Emotion überträgt sich auf die andern. Für eine Weile äußert sich jeder laut und heftig und mit erkennbarer Agression gegen andere: so Patty (124), Sylvie (128) Behauptung gegen Behauptung setzend, Patty (130) und Anette (132) gegen Cornie und erneut Anette (136-138), während Cornie dazwischen - zwar auch laut, aber kühler - von Schritt zu Schritt ihren Gedanken entwickelt, den sie mit Anettes Hinweis auf die Länge des Schulhofs (137) ersichtlich als richtig aufgenommen sieht, daher ihr "ja, deswegen" (139) abschließend. Damit verebben auch die Emotionen der andern.

Erneut entsteht eine Situation, in der alle sich um produktive Einfälle zum weiteren Vorgehen mühen. Doch finden bemerkenswerterweise weder eine Vergegenwärtigung des bisher Erreichten, noch ein Rückgriff auf den Aufgabentext oder irgendeine Art von Planung statt.

Anette wiederholt die Frage nach der Länge (141), "das müssen wir ja ausrechnen". Patty benennt sie in ihrer Skizze daraufhin als "Strecke a" (142).

Doch hat dies keine ersichtlichen Folgen, wie man etwa einen algebraischen Lösungsansatz mit Hilfe der im Unterricht behandelten Termumformungen hätte erwarten können. Die in der Vorstellung der Schüler jetzt mehr oder minder deutlich repräsentierten Größen sind offenbar mächtiger und zugleich ungeklärt in ihren Beziehungen: "3000 m²" der Schulhof, "30 m" seine Breite, "300 m²" als Ergebnis von 3000:30, "3 m²" für jeden Schüler und schließlich "1000 Schüler". Das verhindert in der gegebenen Situation

die Anknüpfung an den (weit entfernten) schulischen Erfahrungsbereich unter anderem.

Unglücklicherweise erinnert sich gerade jetzt Sylvie an die "300 m²" und erwägt sie als Antwort für die gesuchte Länge (144, 146-148 und 154). Damit kommt wieder Bewegung in die Gruppe. Der anfänglichen Kritik oder Zurückhaltung der andern drei (Anette 149 und 153, Patty 150, Cornie 151/152) hält Sylvie entgegen: "Das kann mal der Länge doch irgendwie hinhaun" (154) und bewirkt eine Denkpause damit.

Sylvies Durchsetzung wird durch die hervorgesprudelte Kritik von Cornie, die die Einheit "Quadratmeter" für so etwas wie "Inhalt" oder "Raum" reservieren will (151/152) nur unterbrochen, aber nicht abgebrochen, wiewohl Cornie damit die Unmöglichkeit umschreibt, "Quadratmeter" für eine Länge zu benutzen.

Niemand prüft die gegebenen Daten, niemand rechnet nach. Es ist so, als ob nach der Nennung von Zahlen die Probleme ihrer Benennung, d.h. der Wahl der richtigen Einheit, ungleich wichtiger als Fragen nach der rein rechnerischen Richtigkeit wären.

So auch in der Fortsetzung: Patty gibt durch die Betonung in ihrer Reaktion auf Sylvies Kernsatz (154) zu erkennen, daß die Einheit "Quadratmeter" nur dem "Raum" zukomme (155) und akzeptiert gleich mit ihrer nächsten, deutenden Bemerkung die vermeintliche rechnerische Richtigkeit: "Dreitausend. Dann ist das dreißig .. und das ist dreihundert lang" (160)! Doch läßt sie dabei die Einheiten weg.

Dagegen überschreitet die gleich danach geäußerte Feststellung Sylvies: "Drei mal dreihundert, das sind .. dreitausend." (162) offensichtlich die Toleranzgrenze der Gruppe. Er wird als rechnerisch grob unwahrscheinlich empfunden und daher entrüstet zurückgewiesen (Patty 163, Cornie 164, Anette bleibt vorsichtig). Aber die Feststellung wird nicht rechnerisch korrigiert.

Wie schon zuvor (z.B. 64-70, 97-110) bleibt Fragwürdiges und Halbkorrigiertes stehen und kann in der Diskussion fortwirken, alles bleibt offen. Es gibt keine sichere schrittweise Abarbeitung oder wenigstens schrittweise Sicherung des Erreichten. Es ist, als ob erst durch das Auftauchen eines überzeugenden Endergebnisses und dann freilich schlagartig alle Zweifel und Ungelöstheiten beseitigt würden - wie durch einen reinigenden Blitz.

Vielmehr einigen sich alsbald alle, ohne weiter Sylvies Beharren auf "dreihundert Quadratmeter" (170) zu beachten, auf "die Länge ist dreihundert Meter" (Anette 169, Patty 171 und Cornie 173). Cornies nachträgliche Kritik an Sylvies Beharren auf "Quadratmeter" (170), sie sagt: "Quadratmeter des wär ja der Flächeninhalt" (173), bringt Patty dazu eine Art von Bestandsaufnahme zu machen (175, 186/187 und abschließend 189), unbeirrt von den Einwürfen der andern.

Nachdem sich endlich auch Sylvie, davon beeindruckt, zum Einschwenken auf die "Meter"-Einheit hat bewegen lassen, sie sagt "dreihundert Meter" (191), und sich damit Pattys Zusammenfassung anschließt, hat offensichtlich Cornie endlich gerechnet. Es reißt sie sichtbar hoch (194). Und während Sylvie noch mit der frischen Sicherheit des eben Bekehrten auf den "dreihundert" besteht und zum "rechne mal" auffordert, leitet Cornie mit der (inzwischen) besseren Einsicht die endgültige Klärung ein, indem sie an Patty - als der gewichtigsten Vertreterin im andern Lager, und nicht an Sylvie - die klare Aufforderung richtet: "Rechne mal dreißig mal dreihundert" (196). Mit derselben Entschiedenheit zieht Cornie auch den Schluß auf die Lösungszahl "einhundert" (199). Es genügt ihr, daß Patty "irgendwas mit neun raus" hat (198). Schlagartig sehen das auch Sylvie und Anette (200/201) ein. Patty braucht noch etwas länger und offenbar eine Rechenprobe (wie die Verzögerung in ihrer Äußerung und die Endbetonung anzeigen, vgl. 204).

> Die Unsicherheit im Kopfrechnen ist bemerkenswert. Ersichtlich rechnet Anette, der Aufforderung Cornies folgend, die Aufgabe 30·300 schriftlich aus, während Patty dies im Kopf versucht und "irgendwas mit neun" (197 und 198) findet. Anzumerken bleibt auch, daß die Zahl "einhundert" keine Einheit erhält und daß keine abschließende Formulierung eines Ergebnisses und seiner Bedeutung stattfindet. Ohne jede Reflektion geht man zur nächsten Aufgabe über, "jetzt kommt die vier" (209).

Das Vorliegen des zahlenmäßigen Ergebnisses - oder besser: eines alle überzeugenden Zahlenergebnisses - bewirkt den sofortigen Abbruch aller Rechen- und Deutungsanstrengungen. Daß die Schüler den gemeinsamen Lösungsprozeß als eine Anstrengung empfunden haben, lassen die vier letzten Bemerkungen vermuten. Die allmähliche Lösung der emotionellen Spannung, die alle betraf, wird sehr unterschiedlich kommentiert. Nur Cornie zeigt einen Anflug von Spott (206).

4. Kommentare zu weiteren Durchgängen - was fällt auf?

Die folgenden Kommentare sind das Ergebnis mehrfacher erneuter Durchgänge von Videoaufzeichnung und Transkript, und zwar vorwiegend unter so allgemeinen Fragen wie: Wo ändert sich die Diskussion abrupt in Stil, Ton usf.? Wo stimmt der Verlauf nicht mit den Beobachtererwartungen überein, indem etwas nicht gesagt oder gesehen wird oder etwas unerwartet heftige Reaktionen auslöst usf.?

4.1. Beim Aufkommen bestimmter arithmetischer Probleme ändert sich das Diskussionsklima drastisch: Die Stimmen werden lauter, die Auseinandersetzungen heftiger, die Körperbewegungen lebhafter, raumgreifender; man redet durcheinander. Ebenso rasch, wie die Emotionen ausgelöst werden und hochgehen, so abrupt verschwinden sie wieder und münden in eine ruhige oder gar leise Gesprächsfortsetzung, in der die unmittelbar vorangegangene Aufregung spurlos verloschen zu sein

scheint. Nun erfordert die gestellte Aufgabe lediglich die arithmetischen Grundoperationen mit natürlichen Zahlen, wenn auch der Ansatz in algebraischer Schreibweise formuliert werden kann. Daher fallen die erregten Diskussionen besonders auf.

Die betreffenden Sequenzen lassen sich in zwei Typen gliedern:
1) Es geht um eine Korrektur, und zwar um die rein rechnerische Richtigkeit (stimmt die Zahl?) oder um die Wahl der Einheit (stimmt die Benennung?). Nach der Annahme der Korrektur tritt sofortige Beruhigung ein. Das betrifft
09-13 Zahlkorrektur: Pattys "hundert" wird von Anette gerügt
52-58 Einheiten-Korrektur: Pattys "Meter" wird von allen heftig kritisiert
103-115 Zahlkorrektur: Anettes "dreihundert Quadratmeter" wird von allen andern lebhaft korrigiert
146-152 Einheiten-Korrektur: Sylvies Vorstellung "Länge dreihundert Quadratmeter" trifft auf heftige Abwehr, die Korrektur der Einheit erfolgt indirekt durch Cornies Hinweis auf "m²" als "Inhalt" oder "Raum" (und nicht als Maß für eine Strecke)
175-180 Einheiten-Korrektur: Fortsetzung zu Vorigem, Sylvie attackiert nun umgekehrt Patty, und alle wenden sich gegen Sylvie

2) Es wird eine neue rechnerische Idee, ein Ansatz eingebracht oder von allen als naheliegend oder kurz vor der Entdeckung stehend empfunden. Nach der Nennung oder Entdeckung tritt sofort Ruhe ein, der Ansatz wird ausgeführt. So in
36-46 Die allgemeinen Bekräftigung der Breite "dreißig Meter" setzt sich offenbar in die Vermutung eines Ansatzes zur Länge fort (41), jeder will etwas dazu sagen, bis Anettes Einfall "Drei Quadratmeter mal dreißig" die Spannung löst (Lachen) und dann gerechnet wird.
85-93 Patty liefert den Ansatz "tausend mal drei", der heftig angenommen und ausgeführt wird (86-89) und Patty mit Cornie zusammen zur nächsten Idee "die dreitausend geteilt durch dreißig" führt. Dann wird gerechnet.
117-139 Die Vorstellung eines zum Greifen nahen Lösungsansatzes bei allen mischt sich hier mit Cornies Versuch, einen eigenen Gedanken durchzusetzen (siehe 4.3). Cornelia setzt sich damit durch, aber es kommt keine neue Idee zustande. Der Zorn über Cornies Hartnäckigkeit und die Enttäuschung über den ausbleibenden Einfall (und damit über sich) tragen wohl dazu bei, daß dies die heftigste Szene der ganzen Gruppenstunde wird.
160-165 Patty bringt die Idee vom Schulhof "dreitausend. Dann ist das dreißig .. und das ist dreihundert lang" ein. Sylvie wiederholt (auch) falsch und wird dafür heftig angegriffen, aber es findet keine Korrektur statt.
199-204 Das plötzliche Verfügen über ein plausibles Ergebnis, "hundert", ausgelöst durch Cornies Aufforderung zum Nachrechnen (Ansatz), bewirkt eine

Emotion von anderer Qualität, Erleichterung ist beteiligt, Entspannung. Daher klingt diese auch im Gegensatz zu den anderen Sequenzen nur allmählich ab.

Woher kommt diese gefühlsmäßige Betroffenheit von immerhin etwa fünfzehnjährigen Gymnasialschülern beim Entwerfen und beim Beurteilen von relativ einfachen Operationen mit Zahlen und Größen? Die Schüler kennen sich seit Jahren, und ihnen ist auch diese Arbeitsform vor der Kamera aus mehreren Sitzungen bekannt. Sie wissen zudem aus den anschließenden (früheren) Diskussionen, daß diese Tätigkeit keiner Bewertung oder irgendeiner schulischen Kontrolle unterliegt. Wird die Gruppenarbeitssituation in Richtung auf einen allgemeinen Konkurrenzdruck empfunden? Liegt es daran, daß die Kooperation mit den Mitschülern - gerade weil sie ohne Lehrer und ohne sonstige Beurteilungsfolgen stattfindet - eher zum Austragen von Führungs- oder Geltungsansprüchen veranlaßt, wie man sie in außerschulischen Jugendgruppen findet, d.h. daß hier die einer alterspezifischen Subkultur entsprechenden Lebensformen durchschlagen?
Oder äußern sich hier (auch) Folgen der schulischen Sozialisation, insbesondere des erlebten Mathematikunterrichts, wie sie in den Untersuchungen von S.Erlwanger (1974) und H.Ginsburg (1977) beispielhaft nachgezeichnet werden?

So H.Ginsburg über den Ertrag der Grundschulzeit (1977, S.159):

"Children trust their intuition; they understand mathematics in common-sense terms. For years they have been building up a body of informal mathematical knowledge. Now they use it to give meaning to written calculations."

"Kinder verlassen sich auf ihre Intuition; sie erfassen Mathematik mit dem gesunden Menschenverstand. Sie haben in den Jahren ein System von intuitivem mathematischen Wissen geformt. Nun nutzen sie es zur Deutung des schriftlichen Rechnens."

Und S.Erlwanger, dessen intensive Fallstudien unsere Einsichten in die mathemetische Begriffsbildung von neun- bis zwölfjährigen Schülern erheblich vertieft haben, charakterisiert die Ergebnisse durch schülereigene Kommentare so:

"Benny's personal belief was that answers work like magic, and his point of view about his work was that it 'depends upon how you look at it'. Lyn's personal belief was that 'some things you can do in all ways' in mathematics, and her work depended upon her interpretation. Mat believed that different methods could result in different answers, and his point of view was

"Nach Bennys eigener Oberzeugung haben Antworten eine magische Wirkung. Seiner Ansicht nach 'hängt es immer davon ab, wie man die Sache sieht'. Lyns Oberzeugung geht dahin, daß man in der Mathematik 'einige Sachen ganz beliebig machen kann' und daß ihre Tätigkeit von ihrer eigenen Deutung abhänge. Mat glaubte, daß verschiedene Methoden zu verschiedenen Ergebnissen führen könnten und seiner Ansicht nach hing sein Ergebnis von

that his answer depended upon the method he was directed to use."	der Methode ab, deren Anwendung man ihn hieß."

Wenn die Ansätze und Ergebnisse der rechnerischen Fähigkeiten unserer vier Schüler so unsicher sind, wie das Protokoll zeigt (vgl. 46, 50, 52, 64, 96/97, 146/147, 154, 155, 160, 162, 170, 198), dann wächst damit auch die Abhängigkeit von der jeweils aktuellen Bestätigung durch die andern (vgl. die zahlreichen Signale dieser Art, wie "oder net?", "ne?" usw.). Da die Schüler sehr wohl wissen dürften, daß "man" das alles in ihrem Alter "eigentlich" längst können sollte, vertieft das die soziale Bedeutung der Unsicherheit. Und somit wäre eine Emotionalisierung immer in Begleitung der jeweils empfindlichsten Handlungsabschnitte zu erwarten: bei der Konzeptualisierung und bei der Resultatkontrolle, - das aber sind die beiden oben beschriebenen, aufgefundenen Typen.

4.2. Anknüpfend an die Frage, was in der Diskussion nicht gesagt wird, was der Beobachtererwartung zuwiderläuft, ergibt sich ein zweiter Aufmerksamkeitsfokus: In der Gruppe findet offenbar keine Planung des Vorgehens statt, keine systematische Reflektion des individuellen oder Gruppenhandelns. Für den Beobachter entsteht der Eindruck eines zufälligen, dem Prinzip von "Versuch und Irrtum" folgenden Handelns, das sich von Schritt zu Schritt situativ gebunden und oft überraschend (auch für die Beteiligten) entwickelt. So etwas wie eine Technik problemlösenden Denkens scheint bei den Schülern nicht entwickelt zu sein, keines der zahlreichen hilfreichen Rezepte und Prinzipien aus Georg Polyas vorzüglichen Aufgabenstudien (1949, 1962, 1966) wird wirksam.

Nun darf nichts als zufällig gelten in der sozialen Interaktion, wenn man sich nicht die Steine aus dem Weg räumen will, die zu suchen man gerade ausgezogen ist. Daher bildet dieser Anspruch einen wichtigen Grundsatz für Interaktionsanalysen (vgl. U.Oevermann 1976, S.392). Zunächst wäre also zu prüfen, ob das Bild von der Planlosigkeit des Schülerhandelns wirklich zutrifft, und ob sich nicht Regelhaftigkeiten im Interaktionsprozeß finden, die zwar möglicherweise den Handelnden nicht bewußt sind, aber gleichwohl in dem Sinne "wirken", daß sie ihr Handeln zu strukturieren scheinen.

1) Geht man die als "Ansätze" (siehe 4.1.2) gekennzeichneten Äußerungen auf die ihnen unmittelbar vorausgehenden Interaktionen durch, so zeigt sich stets ein Paar von auffälligen Zahlen oder Größen, und zwar genau dasjenige, das im unmittelbar darauf folgenden Ansatz verknüpft wird:

41-45 "dreißig mal, mal o. ßig" und "drei Quadratmeter" treten deutlich hervor,
46 folgt spontan und aufgeregt "drei Quadratmeter mal dreißig" (Anette)

55-60 und 63 betonen "neunzig Quadratmeter" und auf Pattys Blatt steht "30 m"
64 Cornie: "Also dreißig mal dreißig is er dann" (der Schulhof zweifellos)

82-84 "jeder Schüler drei Quadratmeter" und "die tausend Schüler unterbringen",
85 prompt darauf: "Genau, tausend mal drei" (Patty)

87-89 "Dreitausend Quadratmeter" und auf Pattys Blatt steht "30 m" Breite,
90 folgt Patty: "wahrscheinlich die dreitausend geteilt durch dreißig"

146/147 Sylvies "die Länge ist dreihundert Quadratmeter" und Cornies "Raum"-Betonung gehen Pattys Blick auf die Skizze voraus: "Der Raum ist dreitausend Quadratmeter" (155) und
160 folgt Patty "Dreitausend. Dann ist das dreißig ... und das ist dreihundert lang" (nämlich: Fläche des Schulhofs, Breite und Länge)
162 spontan dazu Sylvie "Drei mal dreihundert, das sind .. dreitausend"

Mit Ausnahme von Cornie handeln die Schüler also so, als orientierten sich ihre spontanen Einfälle zu Ansätzen an Paaren lokal betonter Zahlen. Diese Situationsabhängigkeit der Ansätze trägt sicher zu dem anfänglichen Eindruck der Planlosigkeit des Handelns bei, doch gehen regelmäßig die Zahlenpaare voraus.

2) Der Eindruck des Planlosen und Zufälligen wird sicher auch durch die Armut an Begründungen und das Fehlen von "Argumentieren", wie es Richtlinien als eines der vornehmlichsten Bildungsziele formulieren, hervorgerufen. In der Tat setzen die Schüler häufig Behauptung gegen Behauptung oder stellen - ebenso ohne eine Begründung oder Ableitung - eine Behauptung auf (vgl. 09/10, 54/55, 60/61, 68, 96, 102, 111, 162, 164, 170, 180).
Doch finden sich auch Versuche zu Begründungen. Die erste, häufigere Form appelliert lediglich an Plausibilitäten, so z.B.:
59 Patty "neunzig Meter für den ganzen Schulhof isn bißchen wenig, ne'"
65 Sylvie "das paßt überhaupt net, bei tausend Schülern neunzig Quadratmeter"
99 Patty "hamma dreihundert Quadratmeter, ja müßte hinkommen"
107 Sylvie "dreihundert Quadratmeter kann doch net"
130 Patty "was solln das für Klassen geben'"
154 Sylvie "das kann mal der Länge doch irgendwie hinhaun"
171 Patty "Meter, keine Quadratmeter. Guck mal, Quadratmeter sind ja-"

Die zweite, anspruchsvollere Form wird nur von Cornie gebraucht:
82-84 aus dem Text begründend: "da steht ja, daß jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hätte, ne, da müsse mer also die tausend Schüler auch irgendwie da, mit unterbringen-" und auf ein relevantes Bestimmungsstück hinweisend
113-115 ebenfalls aus dem Aufgabentext begründend: "das geht gar nicht, dreitausend Quadratmeter muß ja die Schule schon mal sein damit jeder, äh, Schüler drei Quadratmeter Platz hat."
196 hier wird die Begründung für die endgültige Ablehnung der falschen "drei-

hundert", (die seit 97 im Spiel ist, erneuert durch 146/147), in eine Aufforderung zum Rechnen gekleidet. Cornie führt die andern zur Einsicht, sie überläßt ihnen den Schluß, mit dem der Lösungsprozeß endlich abgeschlossen wird.

Die Begründungsversuche von Patty und Sylvie sind sämtlich retrospektive Bewertungen, d.h. sie beziehen sich kritisch (59, 65, 107, 130, 171) oder bestätigend (99, 154) auf unmittelbar vorangegangene Äußerungen. Ihre Plausibilität zielt auf ebenso unmittelbare Zustimmung, wie die jeweils nachfolgenden reaktiven Äußerungen zeigen. Dies scheint auch auf Cornies zweite Begründung (113-115) zuzutreffen. Doch appelliert diese nicht an eine diffuse Plausibilität, sondern argumentiert mit dem Aufgabentext ("jeder Schüler drei Quadratmeter Platz") und mit einer Zusammenfassung des bisher Erreichten ("dreitausend Quadratmeter" für den Schulhof). Des weiteren leitet sie eine Reihe von in sich zusammenhängenden Äußerungen Cornies ein (siehe 4.3) und hat daher ebenso wie deren erste und dritte Begründung eine prospektive, konstruktive Funktion. In 82-84 nämlich wird eine im Aufgabentext gegebene, in der Diskussion aber bisher vernachlässigte Größe ("tausend Schüler") hervorgehoben, was Patty zu einem spontanen Ansatz (85) veranlaßt. Und in 196 werden die anderen, besonders Patty, zu prüfendem Handeln aufgefordert und in einer Form, die die Begründetheit der Forderung mitsignalisiert. Unmittelbar vorausgegangen war deutlich Cornies eigenes Nachrechnen, das sie zu der Einsicht brachte, dreitausend kann nicht dreihundert mal dreißig sein. Die subjektive Gewichtung dieser Einsicht zeigt ihr ruckartiges Aufrichten, vom Tisch mit ihrem Blatt weg, an (194), was zugleich ihre Äußerung dazu als Selbstgespräch verstehen läßt und nicht primär als Kritik an den anderen. (Daher fällt die Äußerung 194 auch nicht in die obige erste Kategorie der Begründungsversuche durch Plausibilität.)

3) Oblicherweise gilt für das Lösen einer Textaufgabe im Mathematikunterricht die Frage - "Was ist gesucht?" - als der wichtigste Schlüssel. In der gegebenen Aufgabe wird sie explizit mitgeteilt: "Wie lang muß nun der Schulhof sein ...?" Sieht man die lange Reihe von Äußerungen durch, in denen "Länge" oder "wie lang" vorkommen, so fällt auf, daß diese durchweg keine konstruktive, das Vorgehen der Schüler strukturierende Funktion haben:

04 und 16 betreffen das Lesen des Aufgabentextes

32, 168 und 188 haben deutlich kritische, abwehrende Funktion

94, 146, 154, 169 und 186 beziehen sich auf zahlenmäßige Feststellungen

und nur 42, 44, 104, 109, 121, 137 und 179 wiederholen die Textfrage, aber verbunden mit resignierenden Hinweisen wie "jetzt müsst mer nur wissen", "wir wis-

sen aber immer noch net" und "da wiss mer immer noch net" usw.

Doch dient die Frage an keiner Stelle dazu, einen allgemeinen Ansatz zu suchen oder doch wenigstens daraufhin die gegebenen Größen zusammen zu stellen oder zu ordnen. Statt dessen verstärken die Erwähnungen eher die Verknüpfung kurz nacheinander genannter Größen, wie etwa Anettes eiliger Ansatz "drei Quadratmeter mal dreißig" (46, nach 44/45) oder Sylvies Idee von der "Länge dreihundert Quadratmeter" (146/147 nach 137, 141 und 142) belegen.

Freilich teilt der Aufgabentext die Größen nicht in einer für die Lösungshandlungen unmittelbar brauchbaren Reihenfolge mit, sondern zieht erschwerend ein wichtiges Datenpaar, "1000 Schüler" und "3 m² Platz pro Schüler", extrem weit auseinander. Im Verein mit der Lokalität (oder Bindung an spontane Assoziationen) der Suchorientierung (4.2.1) und dem Mangel an prospektiven Begründungen (4.2.2) kennzeichnet auch der restriktive Umgang mit der Textfrage den Lösungsprozeß der Schülergruppe.

4) Es gibt keinen Anhalt dafür, daß den Schülern die analysierten Regelhaftigkeiten in ihrem kooperativen Lösungsprozeß bewußt wären. Daher sind die vorstehenden Beschreibungen nichts anderes als Modelle des Beobachters: Die Schüler handeln so, als ob ihre Handlungen durch die beschriebenen Regelhaftigkeiten strukturiert würden. Auf die prinzipielle Bedeutung dieser Aussage wird noch einzugehen sein (siehe 7.).

Unabhängig vom Geltungsbereich der Beschreibungsmodelle läßt sich behaupten, daß die Mathematik den wohl einzigen Gegenstandsbereich darstellt, in dem die analysierten Strukturierungen des Handelns überhaupt eine nennenswerte Chance für den Lösungserfolg bieten. Wie das Transkript zeigt, genügen der Erhalt einer minimalen Kontrollfähigkeit, intuitive Definitionen der Begriffe - für die Cornies Erklärung "Quadratmeter, das is innen drin, der Inhalt, also der Raum" (151/152) ein vorzügliches Beispiel stellt - und eine plausible Größenschätzung, um angesichts der strengen innermathematischen Logik und ihrer algorithmischen Zwänge die im ganzen endlichen Handlungsmöglichkeiten im "Versuch und Irrtum" des Interaktionsprozesses allmählich soweit einzuengen, daß (mit etwas Glück) nur "die" Lösung übrigbleibt. Man erinnere sich: Die Schüler haben bis auf eine alle möglichen multiplikativen Verknüpfungen der gegebenen Zahlen durchprobiert und wegen der falschen "dreihundert" noch einige darüber hinaus: 3·30, 3·300, 3·1000, 30·30, 30·300.

Wie formieren sich derartige Handlungsstrukturen? Hat der Unterricht trotz hoher Richtlinienansprüche und Leitideen nichts Besseres oder Dauerhafteres vermittelt? Dieses jedenfalls sicher nicht absichtlich. Oder war er erfolgreich und es liegt eine Regression unter Streß oder ähnlichem vor, d.h. ein Rückfall

auf frühere (und gefestigtere, aber einfachere) Handlungsstrukturen? Dagegen sprechen die Aufnahmebedingungen und andere Aufzeichnungen, an denen dieselben Schüler beteiligt sind. Oder unterscheidet sich die freie Gruppenarbeitssituation so sehr von den schulischen Lern- und Prüfsituationen, daß dort Erworbenes für die Schüler jetzt nicht abrufbar oder relevant wird? Das wäre kein gutes Omen für Anwendungen in künftigen Lebenssituationen. Die Fragen verlangen nach einer Erweiterung der theoretischen Basis (siehe 5.).

4.3 Im Prozeß der Diskussion zwischen den Schülern schließlich wird die starke interaktive Verschränkung der Handlungen deutlich. Man kann darauf aufmerksam werden, wenn man die Äußerungen eines einzelnen Schülers über längere Sequenzen hin verfolgt. Die Schüler haben Absichten, Einfälle und Gefühle, die sie einbringen. Ob und und wie diese verstanden und aufgenommen werden und wie sie weiterwirken in der Interaktion, ist damit allein in keiner Weise entschieden. Im Verlauf des Interaktionsprozesses kann dieselbe Person über längere Zeit hinweg eine Position behaupten, wie sie auch in sehr kurzer Frist zur Äußerung des Gegenteils sich veranlaßt sehen kann:

46-67 Anette wirft aufgeregt ihren Einfall "drei Quadratmeter mal dreißig" (46) ein. Nach dem Rechnen benennt Patty das Ergebnis mit "Meter" (52) und Anette korrigiert sie in "neunzig Quadratmeter" (55). Nach dem Beifall aller zweifelt Patty (59), aber Anette wiederholt ihre Äußerung 55 (63). Sylvies Kritik "das paßt überhaupt net, bei tausend Schülern neunzig Quadratmeter" (65/66) läßt Anette unvermittelt einschwenken: "Das geht überhaupt net" (67). Der Ärger darüber scheint noch in dem "so soooh" (70) nachzuklingen.

64-68 Dem vorigen überlagert sich eine kurze Sequenz mit Cornie. In (64) deutet Cornie die Maße des Schulhofs "also dreißig mal dreißig is er dann". Sylvies heftiger Einspruch "nein, is er net" richtet sich noch an Anette, wie der zweite Teil der Äußerung (65/66) verdeutlicht. Doch Sylvies Nachbarin Cornie bezieht den Einspruch sowie Anettes anschließende Äußerung (67) auf sich und korrigiert sich gleich darauf selbst: " dreißig mal dreißig, das geht net" (68).

93-111 Anette wird von Patty gedrängelt und zur falschen Ausführung der Division überredet: "Hä mach schon. Mach doch eine Null weg, dann haste dreihundert Quadratmeter" (96/97). Anette zögert "ja, nee, kommt net" (101), um gleich darauf mit "meinetwegen" (103) doch zuzustimmen. Aber sie hat den Anlaß der Rechnung offenbar schon vergessen, - dem sie mit einem "ja genau" (93) beipflichtete - , denn sie mißversteht jetzt die "dreihundert Quadratmeter" als "Schulhof" (103) und fragt nach dessen Länge, deren Ermittlung doch die Division dienen sollte! Sylvie meldet Zweifel an, aber Patty

identifiziert sich mit dem Mißverständnis (110), wiewohl sie selbst den Rechenansatz produziert hat. Anette bezieht daraufhin spontan die Gegenposition. Sie fährt Patty korrigierend mit "dreitausend" dazwischen und wechselt damit in kurzer Frist gleich zum zweitenmal ihre Meinung.

97-112 Dieselbe Sequenz läßt auch für Patty eine verblüffende Kehrtwendung erkennen: "haste dreihundert Quadratmeter" (97), "hamma dreihundert Quadratmeter" (99), "dreihundert Quadratmeter muß" (110) und plötzlich folgt "dreitausend" (112) mit deutlichem Erstaunen.

Den vorstehenden Beispielen zur interaktiven Konstitution von Bedeutungen und zum sozialen Aushandeln eines Konsensus stehen ebenso Beispiele zur hartnäckigen Verfolgung einer individuellen Oberzeugung über längere Sequenzen gegenüber:

52-72 Patty ist die Einzige, die von Anfang an der Zahl neunzig Skepsis entgegenbrachte. In (52) belastet sie ihre (berechtigte) Kritik mit der logisch falschen Benennung "neunzig Meter für den ganzen Schulhof". Sie hält aber gegen alle anderen und ihre Emotionen an der Kritik fest: "glaubst das kommt hin für tausend Schüler'" (59 und 61), bis die anderen die Unmöglichkeit einsehen (67-71). (71) und (72) lesen sich dann wie stiller Triumph und Neid.

113-135 entwickelt Cornie zäh ihre Begründung gegen die "dreihundert Quadratmeter" Pattys (97 f.). Ihre Äußerungen dazu (113-115, 117/118, 121, 125, 129, 131, 134/135), gegen teils heftigsten Widerstand vorgebracht, können ohne Mühe fortlaufend gelesen werden und legen ihren Argumentationsgang offen, warum der Schulhof 3000 m² groß sein muß. Ihr abschließendes "ja, deswegen" (139) bestätigt Anettes implizite Kritik an der falschen Länge, drückt aber auch Befriedigung über die erfolgreiche Durchsetzung aus.

146-200 Wiewohl Sylvie noch vor kurzem mit "dreihundert Quadratmeter" nicht einverstanden war (107), hält sie hartnäckig an der Vorstellung von dieser "Länge" fest (146-148, 154, 162, 168, 170, 176, 179, 184, 191, 195) und erst in (200) gibt sie nach.

Zunächst kann man annehmen, daß beide Handlungstypen, der gelegentlich rasche Wechsel wie auch das zähe Festhalten an einer sachbezogenen Meinung, gleichermaßen durch Intuition strukturiert werden. Der Mangel an expliziten Begründungen (4.2.2) und die Situationsabhängigkeit der Ansätze (4.2.1) stützen diese Annahme eines intuitiven Vorgehens der Schüler. Andernfalls müßten die verfügbaren Begründungen zur Abwehr der teils recht heftigen Attacken geäußert werden, insbesondere angesichts der aufweisbaren emotionalen Empfindlichkeiten im arithmetischen Bereich (4.1). Diese werden jedoch vorwiegend mit Plausibilitätsappellen abgewehrt und dadurch, daß Behauptung gegen Behauptung gesetzt wird (4.2.2).

Im Blick auf den Interaktionsprozeß findet die in 4.2.4 gegebene Deutung weitere Unterstützung. Die Gruppe muß ersichtlich ein erhebliches kritisches Potential auf dem Wege eines einigermaßen geordneten sozialen Aushandelns einsetzen, um über Plausibilitäten (und auf etlichen Umwegen) einen Konsens herzustellen. Eine Lösung gilt eben erst als erreicht, wenn kein Einspruch mehr offensteht und Einverständnis hergestellt ist. - jedenfalls eine ansehnliche soziale Leistung.

Von einem umfassenderen Theorieentwurf zum kommunikativen Handeln aus hat J.Habermas auf die Bedeutung des "Bezugssystems der drei Welten" als Interpretationsrahmen der Beteiligten hingewiesen: "Kommunikatives Handeln stützt sich auf einen kooperativen Deutungsprozeß, in dem sich die Teilnehmer auf etwas in der objektiven, der sozialen und der subjektiven Welt zugleich beziehen, auch wenn sie in ihrer Äußerung thematisch nur eine der drei Komponenten hervorheben. .. Verständigung bedeutet die Einigung der Kommunikationsteilnehmer über die Gültigkeit der Äußerung; Einverständnis die intersubjektive Anerkennung des Geltungsanspruchs, den der Sprecher für sie erhebt." "So gilt im kommunikativen Handeln die Regel, daß ein Hörer, der einem jeweils thematisierten Geltungsanspruch zustimmt, auch die beiden andern, implizit erhobenen Geltungsansprüche anerkennt; andernfalls muß er seinen Dissens erklären. Ein Konsens kommt beispielsweise nicht zustande, wenn ein Hörer die Wahrheit einer Behauptung akzeptiert, aber gleichzeitig die Wahrhaftigkeit des Sprechers oder die normative Angemessenheit seiner Äußerung bezweifelt." (1981, Band 2, S.184/185; Unterstreichungen im Original kursiv).

Die hervorgehobenen längeren Sequenzen aus dem Transkript verdeutlichen beiläufig auch die rigiden Selektionszwänge, denen die Wahrnehmung jedes Diskussionsteilnehmers unterliegt. Um verstehend handeln zu können, müßte ein Teilnehmer lange Sequenzen (s.o.) der Diskussion gespeichert verfügbar halten, wenn er die erforderlichen kontextuellen Rückbeziehungen zu einer aktuellen Äußerung herstellen will. Die Kapazität unseres auditiven Kurzzeitgedächtnisses aber begrenzt die in der Schwebe haltbaren Inhalte nach Zeit und Umfang drastisch, sie sind nach wenigen Sekunden verdrängt (vgl. Deutsch/Deutsch 1975 und A.D.Baddeley 1979, S.278 f.). Sind schon diese Inhalte des Kurzzeitgedächtnisses gefiltert und geformt, so erst recht die in das Langzeitgedächtnis eingehende Auswahl, bei der die emotional besetzten Inhalte (positiv oder negativ) bevorzugt werden. So findet in der Interaktion ständig eine sehr enge, situationsabhängige und subjektive Selektion und Deutung statt, deren inhaltliche Strukturierung aber gelernt, und das heißt sozial vermittelt ist.

Wir wären ohne diese "Rahmungsprozesse" (vgl. den Beitrag von G.Krummheuer zu E.Goffman's Rahmenbegriff) nicht handlungsfähig. Andererseits erweist es sich gerade für den Lehrer als nützlich, wenn er durch die wiederholte Beobachtung der Videoaufzeichnung einer eigenen Unterrichtsstunde sich die Funktionen und

Bedingungen seiner subjektiven Rahmungsgewohnheiten wenigstens andeutungsweise vergegenwärtigen kann. Das gilt nach unserer Erfahrung bei entsprechender Anleitung auch für Schüler und erst recht für Lehrerstudenten.

"Es hat sehr lange gedauert,
bis ich begriffen habe, daß
man die Logik der Praxis nur mit
Konstruktionen erfassen kann,
die sie als solche zerstören"

PIERRE BOURDIEU (1980)

5. Vertiefung durch theoretische Erweiterungen

Um in die Interpretation neben der notwendig unvollkommen bleibenden schrittweisen Rekonstruktion der kommunikativen Handlungen auch die Bedingtheiten des Interaktionsprozesses einbeziehen zu können, - eine notwendige Voraussetzung für didaktische Folgerungen - , muß die theoretische Basis zu verschiedenen Aspekten erweitert werden. Andernfalls besteht die Gefahr, der oberflächlichen Reproduktion des zu diskutierenden "Systems" in der Kritik. Um also gleichsam wie der Fisch vom Wasser reden zu können, müssen wir Theoriebestände heranziehen, die schon ihrem Ursprung nach umfassenderen Erkenntnisinteressen dienen.

Dazu wird zunächst mit sozialisationstheoretischen Mitteln das Verhältnis zwischen den Dispositionen der Beteiligten und dem Interaktionsprozeß und seinen Strukturen untersucht. Dies führt auf die Bedeutung der aktuellen Situationsdefinition der Beteiligten und auf den Begriff des Habitus als einer "strukturierenden Struktur" bezw. als eines "Erzeugungs- und Organisationsprinzips von Praktiken" (P.Bourdieu), (5.1).

Dann wird die Frage nach den Bedingtheiten des im Transkript abgebildeten Gruppenprozesses auf die mögliche Begegnung unterschiedlicher Lebenswelten ausgeweitet und durch die Einbeziehung von altersspezifischen Problemen der Identitätsentwicklung, "Identitätsdiffusion" (E.H.Erikson), ergänzt (5.2).

Die von M.Minsky in den letzten Jahren entwickelte Theorie der Gedächtnisstrukturen wird so weit skizziert, daß im Blick auf die offene Frage nach der Genese der interessierenden Habitusanteile eine "Simulierung" der Lernfolgen bestimmter Muster im Mathematikunterricht angedeutet werden kann (5.3).

Schließlich dient die Unterscheidung von deklarativem und prozeduralen Wissen (D.R.Hofstadter) zu einer (vorläufig) abschließenden Zusammenfassung der Interpretationsergebnisse (5.4).

5.1. Mathematikunterricht und Habitus. Mathematikunterricht in der Schule "läuft" nur auf der Grundlage von bereits entwickelten Zielvorstellungen, Motiven und Erwartungen sowie von verfügbaren Deutungs- und Handlungsmustern beim Lehrer und bei den Schülern. Diese Dispositionen umfassen sowohl die mathematisch-gegenständlichen Inhalte als auch die Normen der Institution Schule und die auf beide bezogene soziale Interaktion der Beteiligten. Die wechselseitige Antizipierung und Reflektiertheit dieser Dispositionen und der Umfang ihrer wechselseitigen Deckung bedingen die Möglichkeit der Verständigung der Beteiligten und der Gemeinsamkeit ihres Handelns. Umgekehrt gesehen wirken die Verständigung und die Gemeinsamkeit des Handelns zurück in Richtung auf eine Entwicklung und Stabilisierung der Dispositionen der Beteiligten: Sie "verwirklichen" das System in sich selbst und durch sich für die anderen Beteiligten.

> In die gleiche Richtung weist der "Habitus"-Begriff von P.Bourdieu, wenngleich der Begriff von ihm viel fundamentaler zur Kennzeichnung der Praxis von (gesellschaftlichen) Klassen benutzt wird: "Als erworbenes System von Generierungsschemata ermöglicht der Habitus die freie Erzeugung aller der in den Grenzen der besonderen Bedingungen seiner Erzeugung einbeschriebenen Gedanken, Wahrnehmungen und Handlungen, und nur dieser. Vermittels des Habitus regiert die Struktur, deren Produkt er ist, die Praxis". Bedingt durch die historischen und sozialen Grenzen seiner Genese ist die Freiheit des Habitus "ebensoweit von der Schaffung unvorhersehbarer Neuheit entfernt wie von der einfachen mechanischen Reproduktion der ursprünglichen Konditionierungen." (1982, S.92).

Andererseits läuft Mathematikunterricht deshalb nicht nach Art der Lösung einer partiellen hyperbolischen Differentialgleichung mit gegebenen Anfangsbedingungen ab, d.h. Mathematikunterricht ist nicht zureichend beschreibbar allein auf der Grundlage der - wie komplett auch immer erhobenen - Dispositionen. Vielmehr findet immer auch eine aktuelle, situationsgebundene Ausformung der Dispositionen statt: Die Beteiligten "verfertigen ihre Gedanken beim Reden" (Kleist), sie ändern Ziele, Vorstellungen und Urteile im Prozeß, auch sind etliche ihrer Dispositionen noch nicht gefestigt (vgl. M.Polanyi's "tacit knowledge", 1967) und formen sich erst im Prozeß. Doch folgen diese Wandlungen nicht einfachen Anpassungs- oder Optimierungsmechanismen (z.B im Sinne der Ziele des Lehrers), sondern sie sind ihrerseits interpretierenden Verarbeitungen unterworfen: Sie orientieren sich an der aktuellen Deutung der jeweiligen Situation, der sogenannten "Situationsdefinition" (K.Mollenhauer 1976, S.122; J.Habermas 1981, Band 2, S.183), die jeder der Beteiligten ständig für sich vornimmt, spontan bildet. Diese Situationsdefinition läßt sich ebenfalls nicht allein aus den individuellen Dispositionen erklären, sie ist das zuzeiten sich schnell ändernde

Produkt aus den Beziehungen des Beteiligten zur objektiven, zur sozialen und zur subjektiven Welt, genauer: seiner Interpretation dieser Beziehungen.

Mithin wird ein vorweg nicht genau bestimmbarer Teil des Verhaltens erst in der Situation selbst entschieden. Das aber heißt: Die Beteiligten konstituieren die Situation gemeinsam. Was die Situation für sie bedeutet und wie sie in dieser sozialen Interaktion von Schritt zu Schritt handeln, das entscheidet sich konkret in jedem Augenblick des Prozesses. Daß selbst die Strukturierungen dieser Entscheidungen noch sozial vermittelt sind, schränkt den faktisch gegebenen Freiraum zwar ein, hebt ihn aber weder grundsätzlich auf, noch liefert es das Geschehen der Determiniertheit und Prognostizierbarkeit aus.

Wichtig ist: Dieser situationsspezifische Anteil des Handelns läßt sich nicht allein beim Individuum lokalisieren. Er muß als eine soziale Konstituente der Situation gesehen werden, d.h. als eine nichtindividuelle Komponente des Unterrichtsprozesses. Das bedeutet freilich auch, daß von Theorien des Lernens oder Lehrens eine angemessene Abbildung gerade individuellen Lernens nur dann erwartet werden kann, wenn sie die Wechselwirkungen zwischen den Dispositionen bezw. dem Habitus des Schülers (und Lehrers) und den situationsspezifischen Interaktionen einbeziehen und erklären.

> Dieses Problem hat P.Bourdieu sehr genau im Blick, wenn er davon spricht, daß die vom Habitus bestimmten "Praxisformen" sich "weder von den gegenwärtigen Bedingungen ableiten" lassen, "die sie hervorgerufen zu haben scheinen mögen, noch von den früheren Bedingungen, die den Habitus als dauerhaftes Prinzip ihrer Erzeugung hervorgebracht haben. Sie lassen sich daher nur erklären, wenn man die sozialen Bedingungen, unter denen der Habitus konstituiert wurde ... und die sozialen Bedingungen, unter denen er angewandt wird, ins Verhältnis zueinander setzt" (1982, S.94).

Für die Fortführung der Interpretation können wir nun mit der Annahme arbeiten, daß die den Schülern bezw. ihrer Interaktion zugeschriebenen Regelhaftigkeiten Teile ihres Individualhabitus bezw. des Gruppenhabitus seien:

* Die personale Identifikation mit kritischen Sachentscheidungen, die in der Emotionalisierung anläßlich von Konzeptualisierungen und Ergebniskritik deutlich wird (siehe 4.1).
* die enge Lokalität der Suchorientierungen, d.h. die Bindung von (Rechen-)Ansätzen an betonte Zahlen- oder Größenpaare, was zunächst als Spontaneität im Entscheiden erscheint (siehe 4.2.1)
* die Intuitivität des Vorgehens, schärfer: die mangelnde Rationalität des Vorgehens, die sich in den eingesetzten Plausibilitäten und dem Mangel an konstruktiven Begründungen ausdrückt (siehe 4.2.2)

* die Linearität der Datenorganisation, die sich im beschriebenen restriktiven Umgang mit der Aufgabenfrage und der damit zusammenhängenden Bindung an die Reihenfolge der gegebenen Daten im Aufgabentext zeigt (4.2.3)

Für unsere Interpretation wird nun der Umstand wichtig, daß die Schüler in der freien Gruppenarbeit außerhalb der Schulzeit eine Praxis konstituieren, die durch die Abwesenheit eines "Dirigenten", ihres Mathematiklehrers gekennzeichnet ist. Im Sinne Bourdieus folgt diese Praxis dem "Prinzip der dirigentenlosen Konzertierung", das "den Praxisformen selbst bei Fehlen jeder spontanen oder aufgezwungenen Organisation der individuellen Entwürfe Regelmäßigkeit, Einheitlichkeit und Systematik verleiht" (1982, S.99). Daher kann man an dem Gruppenprozeß viel verläßlicher oder doch wenigstens einfacher Individualhabitus und Gruppenhabitus studieren.

Zunächst reproduzieren die vier Schüler über die nahezu ständig registrierbare leichte Aggression von jedem gegen jeden deutlich den Konkurrenzdruck, wie er so oft einen sogenannten fragend-entwickelnden Mathematikunterricht begleitet, aber auch Wiederholungen, Übungssituationen usw. Dann zeigen sich die Schüler gerade an denjenigen Stellen emotionalisiert, an denen in der Unterrichtsdiskussion üblicherweise der Lehrer über "brauchbar oder unbrauchbar" und richtig oder falsch" entscheidet, nämlich bei der Genese der weiterführenden Ansätze sowie bei der Kontrolle und der endgültigen Annahme der Ergebnisse ihrer Ausführung.
In vielen Unterrichtssituationen, so auch bei der frontalen Bearbeitung einer Textaufgabe mit der ganzen Klasse, folgt die Unterrichtsdiskussion dem dreischrittigen Schema Aufforderung-Beantwortung-Bewertung (vgl. A.Bellack et.al. 1974 und das Schema "initiation-reply-evaluation" bei H.Mehan 1979). Der Druck, den eine diesem Dreischritt-Schema unterworfene Diskussion, zumal bei rascher Verkettung der Schemata, auf die Schüler ausübt, begrenzt zweifellos den möglichen argumentativen Ausgriff auf das unmittelbar Verhandelte und fördert die enge lokale Orientierung am gerade Gesagten bei der Suche nach einer passenden Antwort. Selbst in scheinbar entspannten Situationen ist "man" eben nur im Spiel als Schüler, wenn man schnell etwas weiß und wenn man die relevanten Signale des Lehrers und der Peers zu lesen versteht. Der Aufmerksamkeitsfokus aber richtet sich dabei weg von eigenen Begründungen auf das aktuell Plausible und auf die Orientierung direkten Handelns.
Unmittelbar eingeübt ist zweifellos das Ausgehen von der Frage, sicher nicht aber das damit zusammenhängende Haften an der Reihenfolge der gegebenen Daten im Aufgabentext und die Abhängigkeit der Datenorganisation und -auswahl von den im interaktiven Prozeß jeweils unmittelbar vorausgehenden Zahlen, Größen und Einheiten. Das hingegen fügt sich der Praxis des skizzierten Unterrichts ein.

Wenn das Funktionieren des Habitus als eigene Reproduktion in der Produktion der Praxis gedeutet wird, dann bedeutet das für unsere Interpretation: Der Schüler kann - "können" ist dabei im Sinne einer Kompetenz, einer strukturierenden Fähigkeit gemeint - im Bereich seines mathematikbezogenen Handelns nur dann sachliche Ansätze erzeugen und ausführen, rational statt diffus intuitiv vorgehen, auf weitere Sachzusammenhänge ausgreifen und argumentieren oder Daten angemessen organisieren, und das alles in der nötigen Entspannung und Gelassenheit, wenn dies Bestandteil der Praxis selbst ist, die den Habitus erzeugt.

5.2. Mathematikunterricht, Lebenswelt und Identität. Man könnte daran denken, ob nicht im Sinne der an 4.2.4 angeschlossenen Fragen dem Handeln der Schüler eine Regression auf Alltagshandeln und -diskurs zugrundeliegt oder anders gesagt: ob hier nicht ein Konflikt zwischen verschiedenen Lebenswelten ausgetragen wird.

Geht man davon aus, daß die Schule eine eigene Lebenswelt für den Schüler darstellt, so stehen davor und daneben die (primäre) Lebenswelt der Familie und mindestens die Lebenswelt der außerschulischen Jugendgruppierungen. Diese Lebenswelten, die in der soziologischen Diskussion der Lebensweltbegriffe wohl eher als Teile einer umfassenden Lebenswelt des Schülers bezeichnet würden (vgl. T.Luckmann 1980), stehen in einer engen Wechselwirkung und unterscheiden sich doch in ihren Sinnstrukturen, in den in ihnen geltenden Normen und in ihrer kommunikativen Praxis. Man muß daher erwarten, daß die zu interpretierende Gruppensituation bei eindeutiger Nähe zur schulischen Lebenswelt auch Schnitte mit den anderen Lebenswelten der Schüler enthält. Leider erlaubt es die bescheidene Information über einschlägige Untersuchungen zur Kommunikation, zu Handlungsstrategien o.ä. in den außerschulischen Lebenswelten von Jugendlichen des fraglichen Alters nicht, diese wichtige Frage weiter zu verfolgen. Das beeinträchtigt unsere Interpretation.
Doch können wir uns mit folgender Überlegung behelfen. Das der schulischen Lebenswelt zuzuordnende Wunschbild vom Lösungsprozeß zur vorliegenden Aufgabe könnte etwa wie folgt aussehen (als möglicher Denkverlauf beschrieben):

a) Der Schüler liest den Aufgabentext und vermerkt dann
b) alle mathematisch relevanten Daten, dabei tunlich schon ordnend
   1000 Schüler, jeder soll 3 m² Platz haben
   rechteckiger Schulhof, Breite 30 m, - gesucht seine Länge
c) Die Flächengröße eines Rechtecks bestimmt sich nach der Formel $A = a \cdot b$
d) Wir kennen die Breite $b = 30$ m, die Länge wird gesucht,
   der Schulhof soll für 1000 Schüler reichen, mit 3 m² Platz für jeden
e) Also ist die Flächengröße berechenbar $A = 1000 \cdot 3$ m²
f) Daraus folgt mit c) der Ansatz $a \cdot 30 = 1000 \cdot 3$
g) und die Lösung $a = \frac{1000 \cdot 3}{30}$ d.h. die Länge beträgt 100 m.

Daran wird zunächst einsichtig, daß die erwarteten Handlungsmuster auf einer Ebene von inhaltsspezifischen Strukturierungen angesiedelt sind, die so deutlich von den Ebenen der an anderen Inhalten orientierten Strukturierungen der außerschulischen Lebenswelten abgehoben erscheint, daß ihre Ausbildung und Ausdifferenzierung eindeutig der Schule zugewiesen und angerechnet werden muß. Und die für die vier Schüler beschriebenen Regelhaftigkeiten gehören der erstgenannten Ebene an, so daß auch die Genese der sie erzeugenden Habitusanteile primär der Lebenswelt Schule zugeschrieben werden kann (4.2.1-3).

Unter identitätstheoretischen Gesichtspunkten erscheint der in Frage stehende Alters- und Entwicklungsabschnitt der jugendlichen Schüler als "ein psychosoziales Moratorium", zwischen Kindheit und Erwachsenenalter, "in dessen Rahmen die Extreme subjektiven Erlebens, die Alternativen ideologischer Ausrichtung und die Möglichkeiten realistischer Verpflichtung erst ... erprobt werden können." (E. H.Erikson 1966, S.212).

Nach Eriksons Ansicht sind Vorurteile hinsichtlich des "Verhaltens der Jugendlichen" zu überwinden, das "abwechselnd als sinnlos, unnötig und irrational betrachtet oder bloß regressiven und neurotischen Zügen zugeschrieben" werde(1966, S.146). Die Identitätsprobleme charakterisiert Erikson damit, "daß die Persönlichkeit des nicht allzu neurotischen Jugendlichen (zersplittert, wie sie ist, verletzbar, sich abseits haltend und doch fordernd und eigensinnig) viele notwendige Elemente eines halbbewußten und provokanten Experimentierens mit Rollen" enthalte (S.145). Die Jugendlichen helfen sich, "indem sie Cliquen bilden und sich selbst ... zu Stereotypen vereinfachen" (S.111). "Manches an dieser scheinbaren Diffusion muß .. als soziales Spiel und damit als genetische Fortsetzung des kindlichen Spiels betrachtet werden." (S.145).

Das trägt im gegebenen Interpretationszusammenhang unmittelbar (zu einem gewissen Teil) zur Erklärung der beschriebenen leichten Aggressivität und der Konkurrenztendenzen im Verhalten der Schüler bei. Auf weitergehende Oberlegungen muß an dieser Stelle verzichtet werden (siehe den Beitrag von G.Krummheuer in diesem Heft).

5.3. Mathematikunterricht und Gedächtnisstrukturen. Die über Computersimulationen fortentwickelten "information processing"-Ansätze der Kognitiven Psychologie haben in jüngster Zeit zu Modellen der kognitiven Gedächtnisfunktionen geführt, die unsere Interpretation bereichern können.

Ein sehr detailliertes Modell hat M.Minsky in einer Reihe von Publikationen (1975, 1977, 1980) konstruiert. Die wichtigsten Merkmale sind folgende:

* Die Funktion eines Gedächtnisses liegt im Wiederherstellen eines geistigen Zustandes (Grundthese; Minsky 1980, S.117)

* Das Gedächtnis arbeitet wie eine "Gesellschaft von kleinen Gedächtnissen", diese sind aus teilautonomen "Agenten" komponiert. Diese Agenten vertreten Elemente von Wissen, Fertigkeiten und Methoden und kennen nur zwei Zustände: aktiv oder still. Dementsprechend arbeitet das Gedächtnis über Anregungszustände, die durch die Menge oder durch eine Teilmenge der jeweils aktiven Agenten charakterisiert werden (M.Minsky 1980, S.118/119).
* Das Erinnern wird über die Anregungszustände vermittelt, d.h. ein Problem wird nur dann mit einem früher gelösten ähnlichen Problem identifiziert, wenn der frühere Anregungsteilzustand mit dem jetzigen übereinstimmt. Andernfalls ist zusätzliche Adaptationsarbeit erforderlich. Das Gedächtnis arbeitet also so, als ob es "Methoden, nicht Antworten" speichere (S.120).
* "Jede Teilgesellschaft des Gedächtnisses muß ihre eigene Epistemologie und Phänomenologie haben" (S.129). "Jeder Teil des Gedächtnisses sieht nur wenig von dem was vorgeht"; insbesondere "weiß" er nicht viel von den anderen und kann "nur Modelle benutzen, die er sich von ihnen macht" (S.130).
* Am Verhalten bei einer Autopanne diskutiert Minsky die Möglichkeiten eines derartigen Systems:

" I believe that in such a complex problem one can never cope with many details at once. At each moment one must work within a reasonably simple framework. I contend that any problem that a person can solve at all is worked out at each moment in a small context and that the key operations in problem solving are concerned with finding or constructing these working environments." (M.Minsky 1975, S.257)

"Ich glaube, daß niemand bei solch komplexen Problemen mit vielen Details gleichzeitig umgehen kann. In jedem Augenblick müssen wir innerhalb eines annehmbar einfachen Rahmens arbeiten. Ich behaupte, daß jedes beliebige von einem Menschen überhaupt lösbare Problem bei jedem Schritt in einem engen Kontext bearbeitet wird und daß die wichtigsten Operationen beim Problemlösen das Finden oder Konstruieren dieser Arbeitsrahmen betreffen."

* "Eine minimale Lerntheorie erfordert zumindest drei (Gedächtnis-)Netze, in denen das erste kontrolliert, wie das zweite lernt das dritte zu betätigen" (1980, S.129). Minsky warnt die Psychologen davor, das artikulierbare Wissen (expressible knowledge) für das Hauptstudienobjekt zu halten: "Nur ausnahmsweise, aber nicht im Regelfall, kann man wirklich darüber sprechen, was man weiß" (1980, S.130).

Eine weitere Vertiefung in diese Gedächtnistheorie ist an dieser Stelle nicht möglich und sinnvoll. Doch eignen sich auch die bisherigen Andeutungen bereits recht gut zur Simulation der (Lern-)Folgen bestimmter vertrauter Muster des Mathematikunterrichts:

Wenn die Unterrichtspraxis von Lehrervortrag und Diskussionen beherrscht wird und die unmittelbare mathematische Tätigkeit dem Schüler in unangeleiteten Situationen überläßt (z.B. in Form von Hausaufgaben),
wenn die Unterrichtspraxis sich auf das fragend-entwickelnde Verfahren (vgl. J. Henningsen 1974) zur Herstellung von "geltendem Wissen" eingrenzt und Einübung und Wiederholung in gleichbleibend wiederkehrenden Arbeitssituationen ablaufen,
wenn die Unterrichtspraxis Prinzipien wie "learning-by-doing", "Entdeckendes Lernen", "Problemorientierung", "Anwendungsorientierung" usw. umsetzt und dabei dem Schüler weitgehend die Handlungsorientierung überläßt, die reflektorische Verarbeitung aber auf spätere (und dann häufig ungeliebte) Unterrichtsabschnitte verlegt,
dann, so darf man nach dem Minskyschen Modell erwarten,

- werden sich übergeordnete Orientierungen, Handlungsstrategien mit mathematischen Inhalten usw. (als einem Gedächtnisnetz zugeordnete Anregungsteilzustände, das seinerseits andere Gedächtnisbereiche steuert oder kontrolliert) kaum in den im Sinne der Unterrichtsziele erwünschten Habitusformen ausprägen, weil diese nur bei gleichzeitiger Aktivierung der Inhalte, deren Organisation sie dienen sollen, funktionsfähig sind und erworben werden können (sonst würden die Verbindungen zwischen den Gedächtnisbereichen nicht in der für die Praxis erforderlichen Weise hergestellt) und dies reflektiert geschehen muß.
- Werden die übergeordneten Orientierungen, Handlungsstrategien usw. jedoch als eigener Unterrichtsstoff und getrennt von der Praxis mit den Inhalten angeboten, dann ist ihnen (wie zuvor beschrieben) separate Abspeicherung mit eigenen Abrufbedingungen (über die Anregungsteilzustände) sicher, bei weitgehender Unzugänglichkeit über die Inhalte (mit denen nur geringe Verbindungen bestehen). So
- kann zwar im günstigen Fall kumulativ ein beträchtlicher Wissensbestand angesammelt werden, der jedoch nur geringe interne Vernetzung aufweist (die sich nur über eine Praxis mit den Inhalten ausbilden kann) und dessen Bestände situationsspezifisch gebunden sind (an die Anregungszustände ihrer Genese in den gleichbleibenden Situationen nämlich) und die daher keineswegs flexibel für unterschiedliche externe Anwendungssituationen bereit stehen. Weiter
- muß man davon ausgehen, daß bei Ausbleiben oder zu spätem Einsetzen der reflektorischen Verarbeitung, die auf den Aufbau der übergeordneten Orientierungen, Handlungsstrategien usw. zielt, sich gewissermaßen wildwüchsig Regelhaftigkeiten im Strukturieren ausprägen, die einer routinehaften Praxis der Inhalte die Geläufigkeit im Rahmen der schulischen Verwendungssituationen sichert (als feste einfache Agentenkombinationen) und daß auf diesem Wege Habitusanteile erzeugt werden können, - die oben beschriebenen Regelhaftigkeiten (4.2) hätten damit ein Erklärungsmodell für ihr Entstehen -

- und man wird damit rechnen müssen, daß diese (von "außen") unkontrolliert entstandenen Regelhaftigkeiten im Strukturieren nicht nur den möglichen Ansprüchen späterer außerschulischer Anwendungen der Inhalte zuwiderlaufend funktionieren (weil sie enge Optimierungen für einen andern Kontext darstellen und weil sie oft auf sachlich falschen Verkürzungen beruhen), sondern auch schon innerhalb der Schule z.B. Formen autonomen Lernens, wenn sie gelegentlich mutig erprobt werden, zum Scheitern bringen können und ebenso andere, von den vertrauten Unterrichtssituationen wesentlich abweichende Reformansätze.

Die Grenzen des Modells zeichnen sich ab: Es liefert eine mögliche einfache Erklärung für die Genese der in 4.2.1-3 beschriebenen Regelhaftigkeiten, d.h. für die beim Individuum lokalisierbaren kognitiven Aspekte. Für eine Klärung der auffälligen emotionalen Bindung (4.1), des kooperativen Lösungsprozesses (4.2.4) und der interaktiven Beziehungen (4.3) reicht es nicht aus. (Siehe dazu aber die beiden vorangehenden Abschnitte.)

5.4. Mathematikunterricht und Lernebenen. In einer aufgabenorientierten Kommunikationssituation, wie sie der Ausschnitt aus der Gruppenarbeit darstellt, handeln die Schüler stets in drei verschiedenen Dimensionen zugleich: Erstens handelt jeder Schüler stets, direkt oder indirekt, mit Bezug auf die Sache, d.h. er bemüht sich um die Lösung der gegebenen Textaufgabe, er rechnet usf. Zweitens richtet sich dieses Handeln im kooperativen Arbeitsprozeß als kommunikatives (oder soziales) Handeln auch stets an andere; es ist nicht gleichgültig, wem etwas gesagt wird und wie, dies trägt u.a. zur Konstitution der Bedeutung der Sache bei usf. Drittens nimmt jeder Handelnde in diesem Prozeß auch stets sich selbst wahr, er ärgert sich über einen eigenen Fehler, er setzt sich durch usf., d.h. sein Handeln betrifft ihn selbst, seine Identität verwirklicht sich in diesem Handeln usf.

Unausweichlich bedeutet dies, daß der Handelnde auch stets in diesen drei Dimensionen lernt: über die Sache, über die Situation und über sich, - und wegen des einheitlichen Handlungsbezuges dürfte das Gelernte auch eng verbunden gespeichert werden.
Nach den vorangegangenen Überlegungen kann diese Vorstellung vom simultanen Lernen in verschiedenen Dimensionen gewissermaßen quer zu den drei genannten Dimensionen weiter differenziert werden: Die Handelnden verfügen über ein versprachlichtes Wissen in allen drei Dimensionen (wenn auch sicher sehr unterschiedlich nach Umfang und Qualität). Sie verfügen über ein großes Repertoire an "gekonnten" Tätigkeiten oder Fertigkeiten. Und sie haben übergeordnete Orientierungen, Handlungsstrategien usw. als strukturierende Prinzipien verfügbar, die

sehr spezifisch mit den Bereichen des Wissens und der Fertigkeiten verknüpft zu denken sind.

Zweifellos bezieht sich Lernen auch immer auf diese drei Bereiche, jedoch mit charakteristisch verschieden verteilten Präferenzen und verschiedenem Aufwand. Es paßt zu Minskys These von der (notwendigen) Enge des jeweils aktuellen Handlungsrahmens, in dem eine konkrete Tätigkeit ausgeführt wird, und zu seiner Vorstellung von der relativen Unabhängigkeit der Gedächtnis-"Agenten", (sie sind immer mit wenigen benachbarten Agenten verknüpft),

* daß wir bevorzugt in sehr beschränkten Kontexten lernen, nämlich bezogen auf die konkrete Tätigkeit im engen aktuellen Handlungsrahmen,
* daß wir wegen des Zwanges zur Kontinuität im Handeln des weiteren auch sehr viel über nützliche Verkettungen solcher konkreten Tätigkeiten lernen,
* daß aber das Lernen auf der Ebene der strukturierenden Prinzipien anfälliger ist, weil es nur über die Praxis der Inhalte vermittelt wird, und aufwendiger, weil es explizite reflektorische Verarbeitung im richtigen Augenblick erfordert.

Den Bereichen des versprachlichten Wissens und der Fertigkeiten entsprechend unterscheiden Kognitive Psychologen "deklaratives Wissen" als "die Fakten, die wir kennen" und "prozedurales Wissen" als "die Fertigkeiten (skills), die wir ausführen können" (so z.B. J.R.Anderson 1980, S.222).

Deklaratives Wissen kann aus dem Gedächtnis gewissermaßen wie aus einem Lexikon abgerufen werden, es hat seinen festen Speicherplatz (Minsky 1980, S.130). Prozedurales Wissen dagegen läßt sich nicht einfach abrufen, weil es gleich einem Computerprogramm an verschiedenen Stellen im Gedächtnis abgespeichert wird. Wir haben zum Beispiel ein sehr effektives prozedurales Wissen von der Grammatik unserer Muttersprache und wir verfügen gleichzeitig über ein vergleichsweise viel bescheideneres deklaratives Wissen von dieser Grammatik.

> J.R.Anderson demonstriert den Unterschied etwas weiterführend am Beispiel des Umganges mit einer Telefonnummer. Zunächst lernt man sie auswendig und hat sie dann als deklaratives Wissen bereit. Wenn sie oft genug benutzt wird, so können manche Leute die Ziffernfolge garnicht mehr hersagen, sondern müssen sie am Telefonapparat wählen, um die Ziffernfolge rekonstruieren zu können. Diese prozedurale Rekonstruktion kann sogar apparatspezifisch werden. Anderson konnte geraume Zeit seine Computerfirma nur über sein privates, drucktastengesteuertes Telefon anwählen. (Anderson 1980, S.224/225)

Hieran wird ein Effekt erkennbar, der auch häufig gebrauchte mathematische Algorithmen, wie z.B. die schriftlichen Rechenverfahren, betreffen kann: Der Schüler kann das Verfahren mit Zahlen ausführen, kann es aber nicht mit Worten beschreiben oder gar explizit begründen. Die Erleichterung, die wir durch Algorithmen genießen, wird gerade dadurch erzeugt, daß sie zu prozeduralen Fertigkeiten

abgeschliffen werden, die keines deklarativen Kommentars mehr bedürfen. Möglicherweise haben im Zeitalter des Taschenrechners - von dem die Schüler unserer Gruppe alle ein Exemplar besaßen, aber nicht mitgebracht hatten - die Rechenfertigkeiten älterer Schüler bereits eine postprozedurale Phase erreicht. Die Schwierigkeiten unserer vier Schüler im reinen Rechnen im Verein mit der Armut an Begründungen sprechen dafür.

Daß unser Gedächtnis für die Unterscheidung der beiden Typen des Wissens vorzüglich disponiert ist, macht D.R.Hofstadter an einem überzeugenden Beispiel klar:

> "Angenommen, man wird gefragt: 'Wieviel Einwohner hat Chicago?' Dann fällt einem irgendwie die Zahl fünf Millionen ein, ohne daß man sich etwa fragen würde: 'Oje, wie soll ich die denn alle zählen?'
> Angenommen aber, man fragt: 'Wieviel Stühle stehen in ihrem Wohnzimmer?' Dann ereignet sich das Gegenteil. Statt des Versuchs, die Antwort aus einem Jahrbuch zu fischen, geht man entweder sofort in den Raum und zählt die Stühle oder man vergegenwärtigt sich den Raum im Kopf und zählt die Stühle im Vorstellungsbild vom Wohnzimmer.
> Wiewohl es Fragen vom selben Typ sind - 'wieviel?' - , löst die eine davon das Suchen nach einem Stück deklarativen Wissens aus, während die andere eine prozedurale Methode zum Auffinden der gesuchten Antwort hervorruft.
> An diesem Beispiel wird klar, daß wir über ein Wissen verfügen, um unser eigenes Wissen zu klassifizieren. Und mehr als das: Einiges von diesem Metawissen wird seinerseits offenbar prozedural gespeichert, so daß wir es benutzen können, ohne uns dessen bewußt zu sein, daß wir es tun und wie wir es machen." (1979, S.364)

In unserem Interpretationszusammenhang ist es wichtig, sich zu verdeutlichen, daß die Unterscheidung der Wissenstypen, als auch ihre unterschiedliche Verarbeitung gelernt sind, und zwar ebenfalls in latenten Lernprozessen.

6. Bemerkungen zur Methode

Liest man den vorliegenden Text als Werkstattbericht, so verdeutlicht die Folge der Abschnitte im wesentlichen das methodische Vorgehen. Der erste Durchgang einer Videoaufzeichnung besteht in der Regel aus einer ununterbrochenen Wiedergabe, der sofort eine zweite folgt, die jeder Anwesende beliebig anhalten und kommentieren kann, einschließlich der Wiederholung einzelner Sequenzen. Außer der Kerngruppe (G.Krummheuer, J.Voigt, H.Bauersfeld) sind teils Lehrer, Schüler, einzelne Mathematiklehrer-Studenten oder Besucher beteiligt. Es hat sich als nützlich erwiesen, alle Diskussionen auf Band zu nehmen. Ergebnis des ersten Durchgangs sollte eine Ablaufbeschreibung sein, unter Enthaltung von Bewertungen (3., dort sind Kommentare eingerückt). Das Transkript sollte von Anfang an verfügbar sein.

Eine Diskussion der aufgeworfenen ersten Fragen und Auffälligkeiten (Kommunikationsbrüche z.B.) liefert eine Orientierungsbasis für zahlreiche weitere Durchgänge, die dann jeweils unter einer Leitfrage und gelegentlich mit verteilten Beobachtungsaufgaben angegangen werden (4.). Daraus entwickeln sich Diskussionen der Theoriedefizite und zur Identifikation geeigneter Theorien, die in der Regel Expertenberatung erfordern. (In diesem Zusammenhang müssen die Werkstatt-Tagungen zur Kommunikation im Mathematikunterricht und die daraus stammende Anregung und Unterstützung der Arbeit dankbar erwähnt werden. Diese Arbeit ist besonders W. Herrlitz, Utrecht, R.Kokemohr, Hamburg, H.Rumpf, Frankfurt und J.Streeck, Berlin, verpflichtet.) Die Zusammenfassung der jeweiligen Ergebnisse (5.) ermöglicht die kritische Revision früherer Ansätze. Die Rückvermittlung an unmittelbar beteiligte Lehrer, an andere Lehrer über die Lehrerfortbildung und an Lehrerstudenten leitet weitere Revisionen im Blick auf die Praxisrelevanz ein.

7. Bemerkungen zur Generalisierung und zur möglichen didaktischen Funktion

Auf der Basis des gewählten interpretativen Ansatzes stellt sich das Generalisierungsproblem etwas anders. Wenn allgemeinere Geltungsansprüche entstehen, so können sie nicht für die konkret aufgewiesenen Regelhaftigkeiten dieser vier Schüler erhoben werden. Allgemeinere Bedeutung aber kommt der Erwägung zu, ob das Zustandekommen der Regelhaftigkeiten zufällig ist oder ob sich darin ein allgemeineres Generierungsprinzip der Praxis des Mathematikunterrichts zeigt. Es bedarf sicher weiterer Untersuchung, wie sich Habitusformen im Einzelnen bilden und welchen Einfluß sie im Bereich des Mathematikunterrichts ausüben.

Für die Fachdidaktik können die Ergebnisse bei weiterer Entwicklung zwei Funktionen gewinnen:

1. eine klärende Funktion, insofern über die Analyse der verdeckt erworbenen und das Handeln verdeckt strukturierenden Habitusformen eine Erklärung möglich erscheint für Mißerfolge des Mathematikunterrichts, aber auch für die hartnäckige Reproduktion unerwünschter Unterrichtspraktiken gegen alle Reformbemühungen: "Nur Latenz schützt Strukturen mühelos vor Reformen und Revolutionen" (N.Luhmann, zitiert nach A.K.Treml 1981, S.135), und
2. eine vorbeugende Funktion, insofern die Förderung einer reflektierteren Verarbeitung in der Unterrichtspraxis selbst auf dem Wege über eine differenziertere Praxisbegegnung in der Lehrerausbildung und über workshopartige Lehrerfortbildungsveranstaltungen vielversprechend erscheint.

A.K.Treml hat dies vor kurzem sehr enthusiastisch formuliert: "Zumindest partielle Überführung von Latenz in das Bewußtsein ihrer Kontingenz ist Voraussetzung und Ziel eines innovativen Lernens" und: "Die Erforschung latenter Lernprozesse ... ist die große Zukunftsaufgabe der Pädagogik als Wissenschaft" (1981, S.135).

Literatur

Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen (Hrsg.): Alltagswissen, Interaktion und gesellschaftliche Wirklichkeit. Band 1: Symbolische Interaktion und Ethnomethodologie; Band 2: Ethnotheorie und Ethnographie des Sprechens, rororo-studium Nr. 54 und 55. Hamburg 1973.

Auwärter, M./Kirsch, E./Schröter, M. (Hrsg.): Seminar Kommunikation - Interaktion - Identität. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft Nr. 156. Frankfurt 1976.

Auwärter, M./Kirsch, E.: Kein Kinderspiel. In: Kursbuch 63, 1981, 101-119.

Baddeley, A.D.: Die Psychologie des Gedächtnisses. Stuttgart: Klett-Cotta 1979.

Barthes, R.: Leçon/Lektion - Antrittsvorlesung im Collège de France. Edition Suhrkamp Nr. 1030, Frankfurt 1980.

Bauersfeld, H./Zawadowski, W.: Metaphors and metonymies in the teaching of mathematics. Erscheint in: Educational Studies in Mathematics, 1982, 13.

Bellack, A./Kliebard, H.M./Hyman, R.J./Smith, F.L.: Die Sprache im Klassenzimmer. Düsseldorf: Schwann 1974.

Bernstein, B.: Studien zur sprachlichen Sozialisation. Düsseldorf: Schwann 1972.

Blumer, H.: Symbolic interactionism. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1969 (Kap. 1 deutsch in: Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen, Band 1, 80-146).

Bourdieu, P.: Der praktische Sinn. Deutsche Übersetzung von Günter Seib, IDM. Frankfurt: Suhrkamp 1982.

Brügelmann, H.: Fallsammler und Fallforscher. In: Fischer, D. (Hrsg.): Fallstudien in der Pädagogik. Konstanz: Faude-Verlag 1982.

Cicourel, A.: Three models of discourse analysis. Discourse Processes, 1980, 3, 101-132.

Cicourel, A. et al.: Language use and school performance. New York: Academic Press 1974.

Deutsch, D./Deutsch, J.A.: Short-term memory. New York: Academic Press 1975.

Ehlich, K./Rehbein, J.: Wissen, kommunikatives Handeln und die Schule. In: Goeppert, H., 1977, 36-114.

Erikson, E.H.: Identität und Lebenszyklus. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft Nr. 16, Frankfurt 1966.

Erikson, E.H.: Jugend und Krise. Klett-Cotta im Ullstein Taschenbuch Nr. 39013, Berlin 1981.

Erlwanger, S.H.: Case studies of children's conceptions of mathematics. Dissertation, University of Illinois, Urbana-Champaign 1974 (Teilabdruck in: Journal of Children's Mathematical Behavior, 1975, 1, 157-281).

Foucoult, M.: Die Geburt der Klinik. Ullsteins Materialien Nr. 35088, Berlin 1976.

Goeppert, H. (Hrsg.): Sprachverhalten im Unterricht. Fink, UTB 642, München 1977.

Goffman, E.: Rahmenanalyse. Frankfurt: Suhrkamp 1977.

Ginsburg, H.: Children's arithmetic: The learning process. New York: Van Nostrand 1977.

Goody, J.: The domestication of the savage mind. London: Cambridge University Press 1977.

Groeben, N./Scheele, B.: Argumente für eine Psychologie des reflexiven Subjekts. Darmstadt: Steinkopff 1977.

Habermas, J.: Vorbereitende Bemerkungen zu einer Theorie der kommunikativen Kompetenz. In: Habermas, J./Luhman, N.: Theorie der Gesellschaft oder Sozialtechnologie. Frankfurt: Suhrkamp 1971, 101-141.

Habermas, J.: Theorie des kommunikativen Handelns. Zwei Bände. Frankfurt: Suhrkamp 1981.

Henningsen, J.: Erfolgreich manipulieren - Methoden des Beybringens. Ratingen: A. Henn Verlag 1974.

Hofstadter, D.R.: Gödel, Escher, Bach - An eternal golden braid. New York: Basic Books 1979.

Kleist, H.v.: Über die allmähliche Verfertigung der Gedanken beim Reden. Sämtliche Werke und Briefe, 2. Band. Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft 1970, 319-324.

Krappmann, L.: Soziologische Dimensionen der Identität. Stuttgart: Klett 1971.

Krummheuer, G.: Die Wirklichkeit des Mathematikunterrichts - Biographische Aspekte des Mathematiklernens. Weinheim: Beltz 1981.

Leithäuser, T./Volmerg, B.: Anleitung zur empirischen Hermeneutik. Edition Suhrkamp Nr. 972, Frankfurt 1979.

Mehan, H.: Structuring school structure. Harvard Educational Review, 1978, 48, 32-64.

Mehan, H.: Learning lessons. Cambridge Mass.: Harvard University Press 1979.

Minsky, M.: A framework for representing knowledge. In: Winston, P.H. (Hrsg.): The psychology of computer vision. New York: McGraw-Hill 1975, 211-280.

Minsky, M.: Plain talk about neurodevelopmental epistemology. In: Proceedings of the Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence, Boston Mass. 1977.

Minsky, M.: K-lines - A theory of memory. Cognitive Science, 1980, 4, 117-133.

Mollenhauer, K.: Theorien zum Erziehungsprozeß. München: Juventa 1976[3].

Oevermann, U.: Beobachtungen zur Struktur der sozialisatorischen Interaktion. In: Auwärter, M. et al., 1976, 371-403.

Oevermann, U.: Die Methodologie einer "objektiven Hermeneutik" und ihre allgemeine forschungslogische Bedeutung in den Sozialwissenschaften. In: Soeffner, H.-G., 1979, 352-434.

Rumpf, H.: Unterricht und Identität. München: Juventa 1976.

Rumpf, H.: Inoffizielle Weltversionen - Über die subjektive Bedeutung von Lehrinhalten. Zeitschrift für Pädagogik, 1979, 25, 209-230.

Rumpf, H.: Die übergangene Sinnlichkeit - Drei Kapitel über die Schule. München: Juventa 1981

Polanyi, M.: The tacit dimension. London: Routledge & Kegan Paul 1967.

Polya, G.: Schule des Denkens. Sammlung Dalp Nr. 36, Bern: Francke 1949.

Polya, G.: Mathematik und plausibles Schließen. Zwei Bände. Basel: Birkhäuser 1962 und 1963.

Polya, G.: Vom Lösen mathematischer Aufgaben. Zwei Bände. Basel: Birkhäuser 1966 und 1967.

Schütz, A./Luckmann, T.: Strukturen der Lebenswelt. Band 1. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft Nr. 284, Frankfurt 1979.

Schütz, A./Parsons, T.: Zur Theorie sozialen Handelns. Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft Nr. 202, Frankfurt 1977.

Silberman, D./Torode, B.: The material word. London: Routledge & Kegan Paul, 1980.

Simon, H.: Models of thought. New Haven: Yale University Press 1979.

Soeffner, H.-G. (Hrsg.): Interpretative Verfahren in den Sozialwissenschaften. Stuttgart: Metzler 1979.

Streeck, J.: Sandwich. Good for you. - Zur pragmatischen und konversationellen Analyse von Bewertungen im institutionellen Diskurs der Schule. In: Dittmann, H. (Hrsg.): Arbeiten zur Konversationsanalyse. Tübingen: Niemeyer 1979, 235-257.

Switalla, B.: Sprachliches Handeln im Unterricht. München: Urban & Schwarzenberg 1977.

Terhart, E.: Intuition - Interpretation - Argumentation. Zum Problem der Geltungsbegründung von Interpretationen. Zeitschrift für Pädagogik, 1981, 27, 769-793.

Treml, A.K./Schliewert, H.-J./Väth-Szusdziara, R./Glück, G.: Latente Lernprozesse. 17. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik, 1981, 133-145.

Wellendorf, D.: Schulische Sozialisation und Identität. Weinheim: Beltz 1978^2.

"Die Theorie der Praxis als Praxis ruft gegen den positivistischen Materialismus in Erinnerung, daß Erkenntnisobjekte konstruiert und nicht passiv registriert werden, und gegen den intellektualistischen Idealismus, daß das Prinzip dieser Konstruktion das System strukturierter und strukturierender Dispositionen ist, das in der Praxis konstruiert wird und stets auf praktische Funktionen ausgerichtet ist."

Pierre Bourdieu
(1980, S. 87)

RAHMENANALYSE ZUM UNTERRICHT EINER ACHTEN KLASSE ÜBER "TERMUMFORMUNGEN"[1]

Götz Krummheuer

1. Kommunikation im Mathematikunterricht. Einführende Bemerkungen

Voraussetzung für das Lernen von Mathematik im Unterricht sind offenbar Kommunikationssituationen, die der Schüler zusammen mit den mit ihm Interagierenden als "gemeinsame Situation" interpretiert. Im Sinne LAINGs wird eine "gemeinsame Situation" so charakterisiert: "Das einfachste Schema, um das Verhalten einer Person zu begreifen, muß mindestens zwei Personen und eine gemeinsame Situation umfassen. Und dieses Schema muß nicht nur die Interaktion der beiden sondern auch ihre Intererfahrung sichtbar machen".[2]

Es dürfte kein Zweifel darüber bestehen, daß zwischen gewissen Schülern einer Klasse ein solcher Fundus gegenseitiger Intererfahrungen vorhanden ist. Solche Schüler sitzen im Klassenraum meist am selben Tisch oder an benachbarten Tischen und führen die vom Lehrer oft getadelten "Gespräche mit dem Tischnachbarn". Der Inhalt solcher Gespräche kann sich auf das offizielle Unterrichtsthema beziehen, aber auch auf völlig andersartige Themen, wie z.B. gemeinsame Erlebnisse oder Vorhaben im außerschulischen Bereich.

Ein Kriterium für solche Schülergruppen ist die *Intensität* ihrer Kommunikationsbeziehungen, die sich einerseits in den weitgefächerten Themenbereichen ausdrückt und andererseits durch die Stabilität und Häufigkeit der als "gemeinsam" erlebten Situationen. In solchen Gruppen - sie sollen im Hinblick auf die beabsichtigte Unterrichtsbeobachtung "Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler", kurz KikS, genannt werden - scheinen sich gemeinsam geteilte Wissensbestände und Umgangsformen jugendlicher Lebenswelten niederzu-

---

1) Der vorliegende Aufsatz ist entstanden auf der Grundlage eines Arbeitsberichts, der im Rahmen eines von der DFG geförderten Forschungsprojekts (SSP "Lehr-Lern-Forschung") geschrieben worden ist.

2) LAING u.a. 1976, 20. Zur Bedeutung des Begriffs der "gemeinsamen Situation" in pädagogischen Feldern vgl. MOLLENHAUER 1974, 110f. Er weist darauf hin, daß die "gemeinsame Situation" auch eine "inhaltliche Referenz, einen Kontext" (S. 111) habe. Dieser Hinweis scheint für die hier beabsichtigte Analyse von Kommunikationssituationen im Mathematikunterricht besonders erwähnenswert.

schlagen.[1] Diese Wissensbestände werden nicht nur deswegen gemeinsam geteilt, weil sich die Gruppenmitglieder auf einem annähernd gleichen entwicklungs- und kognitionspsychologischen Stand befinden, sondern auch - und dies sei betont -, weil sich in ihnen ein großer Bestand gemeinsamer Intererfahrungen aus den gruppeninternen Kommunikationsprozessen niederschlägt.

Die Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler haben in der beobachteten Klasse relativ eigenständige, parallel zum offiziellen Unterrichtsgespräch verlaufende *"Kommunikationszonen"* etabliert. Je nach Attraktivität des Themas oder der Behandlung gesellen sich auch weitere Schüler kurzzeitig dazu. In diesen Zonen, die sich durch Intensität und Stabilität vor anderen inoffiziellen Kommunikationssträngen auszeichnen, wird, so scheint es, oft eher ein "gemeinsames" Verständnis vom Unterrichtsgegenstand erreicht bzw. erreichbar als in dem offiziellen Strang zwischen dem Lehrer und den Schülern. Dies hat bisher nicht beachtete Konsequenzen für die Lernprozesse im Mathematikunterricht.

Es kennzeichnet die Kommunikationsstruktur in dem beobachteten Mathematikunterricht, daß die Lernprozesse nicht nur in der "gemeinsamen Situation" des offiziellen Unterrichtsgesprächs eingeleitet und gesteuert werden. Vielmehr werden die Lernprozesse parallel dazu mitgesteuert in einer vielschichtigen, variantenreichen Verzahnung von weiteren unterschiedlich strukturierten "gemeinsamen Situationen": nämlich von den "Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler" etablierten Kommunikationszonen. Die formale Struktur von "unterrichtlicher Kommunikation" ähnelt somit stark Vorstellungen von Strukturen "alltäglicher Kommunikation", wie sie GOFFMAN beschreibt:

"Given a spate of activity that is framed in a particular way and that provides an official main focus of attention for ratified participants, it seems inevitable that other modes and lines of activity (including communication narrowly defined) will simultaneously occur in the same locale, segregated from what officially dominates, and will be treated at all, as something apart. In other words, participants pusue a

"Geht man von einem Verhaltensstrom aus, der in bestimmter Weise gerahmt ist und für die vorgesehenen Beteiligten einen offiziellen Brennpunkt der Aufmerksamkeit enthält, so scheint es unvermeidlich, daß am gleichen Ort gleichzeitig andere Verhaltensarten und -ströme (auch Kommunikation im engeren Sinne) laufen, die nichts mit dem offiziell Vorherrschenden zu tun haben und, sofern von ihnen überhaupt Notiz genommen wird, als etwas Nebensächliches behan-

1) vgl. hierzu z.B. die von WILLIS beschriebenen "Gegen-Schulkulturen" englischer Arbeiterkinder (WILLIS 1979), aber auch die von der Projektgruppe Jugendbüro (1975) und (1977) beschriebenen "Jugendsubkulturen".

line of activity - a story line - across a range of events that are treated as out of frame, subordinated in this particular way to what has come to be defined as the main action."[1]

delt werden. Mit anderen Worten, die Beteiligten folgen einem Handlungsentwurf - einem Hauptvorgang - vor einem Hintergrund von Vorgängen, die als außerhalb des Rahmens stehend gelten und in dieser speziellen Weise dem untergeordnet sind, was gerade als der Hauptvorgang definiert ist." (GOFFMAN 1980, 224)

Bevor dieser Gedankengang weiter verfolgt werden kann, scheint ein Einblick in GOFFMANs "Rahmenanalyse" nötig.

2. Rahmen und Modulation

2.1. Rahmen

"When the individual in our Western society recognizes a particular event, he tends, whatever else he does, to imply in this response (and in effect employ) one or more frameworks or schemata of interpretation of a kind that can be called primary. I say primary because application of such a framework or perspective is seen by those who apply it as not depending on or harking back to some prior or 'original' interpretation; indeed a primary framework is one that is seen as rendering what would otherwise be a meaningless aspect of the scene into something that is meaningful." (GOFFMAN 1974, 21)

"Wenn der einzelne in unserer westlichen Gesellschaft ein bestimmtes Ereignis erkennt, neigt er dazu - was immer er sonst tut -, seine Reaktion faktisch von einem oder mehreren Rahmen oder Interpretationsschemata bestimmen zu lassen, und zwar von solchen, die man primäre nennen könnte. Dies deshalb, weil die Anwendung eines solchen Rahmens oder einer solchen Sichtweise von den Betreffenden so gesehen wird, daß sie nicht auf eine vorhergehende oder 'ursprüngliche' Deutung zurückgreift; ein primärer Rahmen wird eben so gesehen, daß er einen sonst sinnlosen Aspekt der Szene zu etwas Sinnvollem macht." (GOFFMAN 1980, 31)

Der Begriff des "primary framework" impliziert einen strukturellen Aspekt. Dies machen unter anderem die von GOFFMAN gewählten Umschreibungen "schemata of interpretation", "perspective" oder auch die später gewählte Umschreibung des "background of understanding" (GOFFMAN 1974, 22) deutlich. Insofern spricht er zu Recht von "framework" und nicht von "frame". Dies sei betont, wenn im folgenden in Anlehnung an die deutschsprachige Veröffentlichung "primary framework" mit "primärer Rahmen" übersetzt wird (vgl. GOFFMAN 1980, 31).

---

1) GOFFMAN 1974, 201. Die deutsche Übersetzung (1980) ist stellenweise so sinnentstellend, daß hier mit Bedacht auf das amerikanische Original zurückgegangen wird. Andererseits erscheint das amerikanische Original über die erwartbaren Englisch-Kenntnisse eines deutschen Lesers hinauszugehen. Aus diesem Grund werden das Original und die deutsche Übersetzung immer parallel angeboten.

Der Zusammenhang zwischen den Begriffen "Rahmen" und "Situationsdefinition" ist evident. Ein Rahmen stellt Plausibilitäts- und Organisationsprinzipien bereit für eine bestimmte vorzunehmende Situationsdefinition.[1] Der Begriff der "Rahmung" (framing) als Tätigkeit bezeichnet genau diesen Zusammenhang. "Mit 'Situationsdefinition' bezeichne ich also nur die sinnhafte (Re)Konstruktion von Wirklichkeit, die der Handelnde für sich vornimmt ... und begrifflich getrennt ist von den Regularitäten, nach denen diese Wirklichkeit organisiert ist. 'Rahmen' dagegen steht für 'these organizational premisis - sustained both in the mind and in activity' (GOFFMAN 1974, 247)".[2]

Die von GOFFMAN vorgenommene Begriffsprägung "Rahmen" ist sicherlich nicht unproblematisch. Selbst GOFFMAN wünschte, sie wäre "more satisfactory".[3] Aus der Sicht der hier beabsichtigten Analyse von Kommunikationsprozessen im Mathematikunterricht ist vor allem die mangelnde Berücksichtigung der inhaltlichen Komponenten von Rahmen zu bedauern. Wenn beispielsweise in dem folgenden Bericht von einem "algebraisch-didaktischen Rahmen" für Terme gesprochen wird, in den vor allem der Lehrer gewisse Kommunikationssequenzen seines Unterrichts über "Termumformungen" zu stellen schien, so ist dieser Rahmen unter anderem bestimmbar durch inhaltliche Vorstellungen zum Begriff "Term" und seiner spezifischen Aufarbeitung für die Schulmathematik.

2.2. Modulationen

Es sei ein weiterer Begriff aus GOFFMANs Rahmenanalyse vorgestellt. Ausgangspunkt ist hierbei die Vorstellung, daß eine bestimmte bereits gerahmte Tätigkeit transformiert wird "into something patterned on this activity but seen by the participants to be something quite else" (GOFFMAN 1974, 44). Diesen Vorgang nennt GOFFMAN "keying", und er beruht auf einem dabei zu verwendenden

1) Zum Begriff "Situationsdefinition" und seine Verwendung in pädagogischen Feldern siehe z.B. MOLLENHAUER 1974, 122f. Zum Zusammenhang von "Rahmen" und "Situationsdefinition" siehe GOFFMAN 1974, 10f. An dieser Stelle betont er vor allem den organisatorischen Aspekt. Aber auch der Plausibilitätsaspekt dürfte als Bestandteil eines Rahmens deutlich sein. Er soll ja gerade Elemente einer Szene zu etwas Sinnvollem machen.

2) QUASTHOFF in SOEFFNER (Hrsg.) 1979, 112; vgl. auch GONOS 1977.

3) GOFFMAN 1974, 25. Dennoch scheint in unterschiedlichen Forschungsansätzen mit ähnlichen, in dieselbe Richtung weisenden Konzepten gearbeitet zu werden. Es wären hier der Begriff der "Plausibilitätsstruktur" bei BERGER/LUCKMAN, der Begriff der "latenten Sinnstruktur" bei OEVERMANN u.a. und auch die Arbeiten der Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen über den Begriff des "Alltagswissens" zu nennen. Es ist nicht Sinn dieser Arbeit, die Unterschiede herauszuarbeiten.

"set of conventions" (GOFFMAN 1974, 43), den er "key" ennnt. Die deutsche Übersetzung wählt für den Vorgang das Wort "Modulation" und für das System von Konventionen das Wort "Modul" (GOFFMAN 1980, 55f).

Als besonders fruchtbar erweist sich der Begriff der Modulation. Mit ihm können Prozesse von Bedeutungsveränderungen beschrieben werden. Dies sei an einem fiktiven Beispiel aus dem Mathematikunterricht demonstriert.

Mit Hilfe einer "geometrischen Veranschaulichung" (ein Quader aus Pappe) soll ein Beispiel, eine Einführung zu dem Begriff des "Term" gegeben werden. Eine Aufgabe an die Schüler könnte lauten: Berechne die Größe der Oberfläche eines Quaders.

Als Ausdruck seiner "geometrisch-schulmathematischen" Rahmung würde ein Schüler etwa eine Skizze von dem Oberflächennetz eines aufgeklappten Quaders entwerfen.[1] Er würde die unterschiedlichen Seitenlängen a, b, c nennen und für die Größe der Oberfläche zwei mögliche "Formeln" finden: 2ab + 2bc + 2ac und 2(ab + bc + ac). Diese beiden Formeln kann man als gleichwertig ansehen, da sie beide offenbar gemäß der konstruktiven Herleitung die Größe der Oberfläche angeben.

Als Ausdruck seiner "algebraisch-didaktischen" Rahmung würde der Lehrer z.B. die beiden Ausdrücke 2ab + 2bc + 2ac und 2(ab + bc + ac) auch unabhängig von einer geometrischen Fragestellung als zwei "Terme" verstehen können. Die Buchstaben a, b und c begriffe er als Variablen für Elemente der reellen Zahlen ($\mathbb{R}$). Sie können durchaus auch negative Werte annehmen. Sodann könnte man die Gleichung 2ab + 2bc + 2ac = 2(ab + bc + ac) betrachten. Von ihr würde gelten, daß sie über $\mathbb{R}$ "allgemeingültig" ist, da das in $\mathbb{R}$ gültige Distributivgesetz angewendet worden ist.

Unterstellt man in diesem fiktiv zu verstehenden Beispiel, daß der Lehrer diese Aufgabe "algebraisch-didaktisch" und einige Schüler sie "geometrisch-schulmathematisch" rahmten, so hätten sie zum beiderseitigen Verstehen einen Set von Konventionen zu entwickeln bzw. anzuwenden, wie die jeweilig gerahmten Phänomene in ebensolche des anderen Rahmens zu modulieren wären.

---

1) vgl. hierzu das Vorgehen in dem Schulbuch "Mathematik heute 8", 2. Auflage, 7-9.

So müßte es z.B. eine Modulation geben, die den Begriff der "Seitenlänge" im geometrisch-schulmathematischen Rahmen transformiert in den Begriff "Variable" im algebraischen Rahmen. Diese Modulation müßte also dem Sachverhalt gerecht werden, daß die beiden Terme in einem algebraisch-didaktischen Rahmen über der gesamten Menge der reellen Zahlen definiert sind, während die beiden Formeln in einem geometrisch-schulmathematischen Rahmen nur über der Menge der nicht-negativen reellen Zahlen definiert sind, da in diesem Rahmen a, b, c die Seitenlängen eines Quaders darstellen. Eine solche Modulation könnte sich z.B. in einem "Merksatz" oder einer "Regel" niederschlagen, die besagt, daß man bei dem Versuch der Transformation von Formeln eines geometrisch-schulmathematischen Rahmens in einen algebraisch-didaktischen zu überprüfen habe, ob der in der Formel erkannte Sachverhalt auch für negative Zahlen gilt.

Als weiteres Beispiel für in diesem angedeuteten Fall benötigte Modulationen seien die Transformationen erwähnt, die den Übergang von der formalen Struktur eines Produkts $a \cdot b$ in einem algebraisch-didaktischen Rahmen zur Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks in einen geometrisch-schulmathematischen Rahmen regeln.

Unentschieden bleibt zum derzeitigen Zeitpunkt, ob die Addition bei den Übergängen vom algebraisch-didaktischen zum geometrisch-schulmathematischen Rahmen und umgekehrt Modulationen unterworfen werden muß.

GOFFMAN gibt eine fünf Punkte umfassende Definition von Modulation, von denen hier nur die ersten drei erwähnt seien.

"A full definition of keying can now be suggested:

a. A systematic transformation is involved across the materials already meaningful in accordance with a schema of interpretation, and without which the keying would be meaningless.

b. Participants in the activity are meant to know and to openly acknowledge that a systematic alteration is involved, one that will radically reconstitute what it is for them that is going on.

"Wir können jetzt eine vollständige Definition der Modulation aufstellen:

a. Es handelt sich um eine systematische Transformation eines Materials, das bereits im Rahmen eines Deutungsschemas sinnvoll ist, ohne welches die Modulation sinnlos wäre.

b. Es wird vorausgesetzt, daß die Beteiligten wissen und offen aussprechen, daß eine systematische Umwandlung erfolgt, die das, was in ihren Augen vor sich geht, grundlegend neubestimmt.

c. Cues will be available for establishing when the transformation is to begin and when it is to end." (GOFFMAN 1974, 45)

c. Es gibt Hinweise darauf, wann die Transformation beginnen und enden soll." (GOFFMAN 1980, 57)

Diese abgebrochene Aufzählung gibt an, was erfüllt sein muß, damit man von einer Modulation sprechen kann. Das obige fiktive Beispiel läßt vermuten, daß vor allem die zitierten Punkte b. und c. in einer Unterrichtskommunikation oft nicht erfüllt werden. In bezug auf die noch darzustellenden Unterrichtsbeobachtungen scheint es so, als sei oft nicht allen Beteiligten am Mathematikunterricht bekannt, daß eine Modulation vorgenommen worden ist, und es scheint oft so, als gäbe der Kommunikationsprozeß nicht genügend deutliche Hinweise darauf, wann eine Transformation beginne bzw. ende.

Das Ergebnis einer Modulation ist wieder ein Rahmen. Man kann also bei den angedeuteten Schwierigkeiten im Mathematikunterricht davon sprechen, daß unter den Beteiligten der zu verwendende Rahmen nicht "klar" ist.

"By the term 'clear frame' I shall refer to the arrangement which occurs when all participants in the activity have a clear relation to the frame, and a distinction will be intended between clearing one's own relation to the frame and participating in a frame that is clear, that is, clear for all participants. To say that a frame is clear is not only to say that each participant has a workably correct view of what is going on, but also, usually, a tolerably correct view of the others' views, which includes their view of his view." (GOFFMAN 1974, 338)

"'Klaren Rahmen' nenne ich den Zustand, daß alle Beteiligten eine klare Beziehung zum Rahmen haben, und wir wollen auf eine Unterscheidung hinaus zwischen der Klärung der eigenen Beziehung zum Rahmen und der Teilnahme an einem Rahmen, der klar ist, das heißt, klar für alle Beteiligten. Nennt man einen Rahmen klar, so heißt das nicht nur, jeder Beteiligte habe eine hinlänglich richtige Vorstellung von dem, was vor sich geht, sondern im allgemeinen auch, er habe eine hinlänglich richtige Vorstellung von den Vorstellungen der anderen, einschließlich deren Vorstellung von seiner eigenen Vorstellung."[1]

1) GOFFMAN 1980, 369. LAING u.a. nennen diese sich gegenseitig bedingenden Vorstellungen "Intererfahrung" (siehe S.42 dieser Arbeit). Sie führen diesen Gedanken weiter aus unter dem Begriff der "Spirale reziproker Perspektiven"(vgl. LAING u.a. 1976, 37ff).

GOFFMAN nennt zwei prinzipiell unterschiedliche Gründe, wann und warum Unklarheit über den Rahmen besteht. Der eine Grund tritt auf, wenn jemand einen anderen täuschen will und von daher auf eine Klärung des Rahmens nicht bedacht ist. Den anderen Grund nennt GOFFMAN "normale Schwierigkeiten" bei Rahmungsvorgängen, die er einteilt in "Mehrdeutigkeiten", "Rahmungsirrtümer" und "Rahmenstreitigkeiten". Auf beide Gesichtspunkte soll hier kurz eingegangen werden.

2.2.1. Täuschungen

Neben der Modulation stellt die Täuschung die zweite von GOFFMAN genannte Möglichkeit der Rahmentransformation dar. Täuschung definiert er als das

"the intentional effort of one or more individuals to manage activity so that a party of one or more others will be induced to have a false belief about what it is that is going on." (GOFFMAN 1974, 83)	"bewußte Bemühen eines oder mehrerer Menschen, das Handeln zu lenken, daß einer oder mehrere andere zu einer falschen Vorstellung von dem gebracht werden, was vor sich geht." (GOFFMAN 1980, 98)

Als ein Beispiel für eine Täuschung ("in guter Absicht"[1]) sei hier das "experimentelle Etwas-Vormachen" genannt, d.h.

"the practice of conducting human experiments which require on methodological grounds ... that the subject be unware of what it is that is being tested and even unaware that an experiment of any kind is in progress". (GOFFMAN 1974, 92)	"die Durchführung von Experimenten mit Menschen, bei denen aus methodologischen Gründen ... die Versuchsperson nicht wissen darf, worum es eigentlich geht, ja nicht einmal, daß es sich um ein Experiment handelt". (GOFFMAN 1980, 107)

Durch die Gegenüberstellung von Täuschung und Modulation wird deutlich, warum GOFFMAN bei der Definition des Begriffs der Modulation die Betonung darauf legt, daß alle Beteiligten wissen, daß eine Transformation vorliege. Wenn hier nun behauptet wird, daß in Kommunikationsprozessen des beobachteten Mathematikunterrichts oft keine Klarheit bestand über den zu wählenden Rahmen und damit auch oft keine Klarheit über die vorzunehmende bzw. von einigen Be-

---

1) GOFFMAN teilt die Täuschungen ein in "benign fabrications", das sind z.B. "playful deceits", die genannten "experimental hoaxings", "training hoaxes", "vital tests" usw., und in "exploitive fabrications" (vgl. ebenda S. 87-111).

teiligten vorgenommene Modulation, so ist damit nicht gemeint, daß von einigen am Unterricht beteiligten Personen gezielte Täuschungsmanöver durchgeführt worden sind.[1] Vielmehr soll dadurch hervorgehoben werden, daß in diesen Kommunikationsprozessen Rahmenwechsel durch Modulation vorgenommen werden, die nicht von allen Beteiligten wahrgenommen werden - möglicherweise nimmt dies noch nicht einmal immer der Modulierende wahr - und daß durch diese Rahmenwechsel Desorientiertheit und Verständnisschwierigkeiten über den behandelnden mathematischen Gegenstand und den an ihm vorzunehmenden Handlungen auftreten. Es scheint daher so, daß die beobachteten Schwierigkeiten bei Rahmungsvorgängen eher unter die von GOFFMAN so benannten "ordinary troubles" fallen, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen werden soll.

Auf einem anderen Blatt steht, inwieweit nicht gewisse Situationen im Mathematikunterricht, wie etwa "Problemlöse-Situationen" oder "Beweisphasen", in Anlehnung an die GOFFMANsche Begriffsbildung des Täuschungsmanövers beschrieben werden könnte.[2]

2.2.2. Normale Rahmungsschwierigkeiten

Es wird hier im Vorgriff auf die Ergebnisse der noch darzustellenden Unterrichtsanalyse in einer 8. Klasse zum Thema "Termumformungen" behauptet, daß in einer Vielzahl von Unterrichtssituationen einerseits Unklarheiten andererseits auch Ungewißheiten auftraten, wie das jeweilige Unterrichtsgeschehen zu rahmen sei. GOFFMAN gibt insgesamt drei Gründe für Rahmungsschwierigkeiten an.

---

1) Solche gezielte Täuschungsmanöver sind natürlich auch im Unterricht beobachtbar. Man denke nur an das "Vorsagen" bzw. "Schummeln".

2) Zu denken wäre hierbei an eine Analyse, die sich an GOFFMANs Analyse des Theaterrahmens orientieren könnte. Er stellt dort fest, daß das Spielen eines Theaterstückes, wenn man nur von den Schauspielern und ihrem wirklichen Kenntnisstand ausgehe, ein "keying of a fabrication" darstelle (vgl. ebenda, S. 135). Eine ähnliche Situation liegt vor, wenn der Lehrer ein Problem stellt und ein Gespräch um die Lösung des Problems so macht, als müsse er mit den Schülern gemeinsam die allen (vorgetäuschte) unbekannte Lösung ausarbeiten. Hier könnte man auch von der Modulation einer Täuschung sprechen, weil natürlich allen bekannt ist, daß der Lehrer die Lösung schon längst kennt. Diese Modulation einer Täuschung wird übrigens nicht immer von den Schülern akzeptiert, wie die von KRUMMHEUER an anderer Stelle referierte Unterrichtssituation beispielhaft belegt: Dort reagieren Schüler auf die erneute Problematisierung einer Lösung mit dem Satz: "Wenn das nicht richtig wäre, dann hätten Sie erst gar nicht mit dieser Tabelle da angefangen. Sie werden uns doch keinen Mist erzählen" (vgl. KRUMMHEUER 1981, 4ff).

a) Mehrdeutigkeiten

Es sei an das oben erwähnte fiktive Beispiel erinnert, in dem der Lehrer die Aufforderung gibt, den Oberflächeninhalt eines Quaders zu berechnen. An dem Beispiel wurde gezeigt, daß diese Aufforderungs-Situation verschieden gerahmt werden kann. Es wurden zwei mögliche Rahmen genannt: der so benannte "algebraisch-didaktische" Rahmen und der so benannte "geometrisch-schulmathematische" Rahmen. Die Situation war nicht so arrangiert, daß für alle Beteiligten eindeutig eine bestimmte Rahmung hätte vorgenommen werden können; es bestand eine "ambiguity".

GOFFMAN schreibt zu dem Problem der Mehrdeutigkeiten, insbesondere bezüglich primärer Rahmen, daß sie im allgemeinen nur kurze Zeit zu bestehen scheinen,

"because these frameworks are fundamental to the organization of activity, because a whole tissue of organization derives from each, any point of doubt will usually be resolved quickly by information from a multitude of extraneous sources. ... On the other hand, it seems also the case that very brief ambiguities at the level of the primary perspective will be relatively common". (GOFFMAN 1974, 305)

"weil diese Rahmen für die Organisation des Handelns von grundlegender Bedeutung sind, weil an jedem ein ganzes Organisationsnetz hängt, wird jeder Zweifel gewöhnlich rasch durch Informationen aus einer Vielzahl äußerer Quellen behoben. ... Andererseits scheint es auch so zu sein, daß sehr kurzdauernde Unklarheiten auf der Ebene der primären Sichtweise ziemlich häufig sind". (GOFFMAN 1980, 335)

Grundsätzlich wird man der Kommunikationsstruktur im Unterricht nicht absprechen können, daß aufkommende Zweifel durch zusätzliche Informationen, wie z. B. durch Nachfragen, behoben werden können. Dennoch scheinen m.E. diese Möglichkeiten in nur wesentlich eingeschränkterem Maße gegeben zu sein, als es GOFFMAN den von ihm vornehmlich betrachteten alltäglichen Kommunikationsformen zuschreibt.[1]

b) Rahmungsirrtümer

Neben Mehrdeutigkeiten erwähnt GOFFMAN Rahmungsirrtümer. Sie bedeuten - an dem obigen fiktiven Beispiel erklärt -, daß bezüglich der als offiziell zu geltenden algebraisch-didaktischen Rahmung der geometrisch-schulmathematische Rahmen "falsch" ist.

---

1) GOFFMAN umschreibt seinen Forschungsgegenstand wie folgt: "I am not addressing the structure of social life but the structure of experience individuals have at any moment of their social lives" (1974, 13). Die typische Kommunikationsform dürfte dabei sein "the whole area of face-to-face behavior which is in many ways GOFFMAN's privileged object of study" (JAMESON 1976, 124).

"... the issue is that an individual may not merely be in error - as when he adds a column of figures wrong - but that certain of these errors prove to be a matter of 'misframing', and consequently involve him in systematically sustained, generative error, the breeding of wrongly oriented behavior." (GOFFMAN 1974, 308)

"... es geht darum, daß man sich nicht bloß irren kann - etwa wenn man eine Zahlenkolonne falsch zusammenzählt -, sondern daß sich bestimmte solche Irrtümer als eine Frage der 'Fehlrahmung' erweisen und daher systematisch fundierte Irrtümer sind, die falsch orientiertes Verhalten nach sich ziehen." (GOFFMAN 1980, 338)

In dem Fall eines Rahmenirrtums treten für die "falsch" rahmenden Schüler erst gar keine Zweifel bezüglich ihrer getätigten Rahmung auf. Zusätzliche Informationen führen wohl meist zu Verwirrung und Desorganisation des Handelns.

"If it is the case that there is a structural logic to every activity, involving a fine mesh of presuppositions, then ... any involvement on the basis of a wrong framework or even an error in regard to any particular element in the frame of an activity will lodge the actor in a diffusely inappropriate relationship to events." (GOFFMAN 1974, 310)

"Wenn jede Handlung ihre Strukturlogik hat, zu der ein feingesponnenes Netz von Voraussetzungen gehört, dann bringt, ..., jedes Engagement auf der Grundlage eines falschen Rahmens oder auch nur ein Irrtum bezüglich irgendeines Bestandteils des Rahmens einer Tätigkeit des Handelnden in ein diffus unstimmiges Verhältnis zu den Vorgängen." (GOFFMAN 1980, 340)

Es dürfte klar sein, daß derartige Falschrahmungen auf seiten der Schüler Grund für viele Fälle von "Abschalten", "Ausflippen" und "Disziplinlosigkeit" sind.

c) Rahmenstreitigkeiten

Im Mathematikunterricht ist nun oft davon auszugehen, daß gewisse Rahmen, vor allem solche, die sich auf bestimmte mathematische Kenntnisse gründen, den Schülern nicht zur Verfügung stehen. In einem solchen Fall wäre es unangemessen, die vom Schüler vorgenommene Rahmung als "falsch" bzw. einen "Irrtum" zu beschreiben. Es handelt sich dabei wohl eher um einen Streit über die Rahmung. Um noch einmal das obige fiktive Beispiel heranzuziehen, dürften Schüler einer 8. Klasse, die gerade in die Algebra der Termumformungen eingeführt werden sollten, nicht über einen "algebraisch-didaktischen" und möglicherweise auch nicht über einen "geometrisch-schulmathematischen" Rahmen verfügen. Sie müssen in der entsprechenden Unterrichtssituation notgedrungen auf einen anderen, an dieser Stelle nicht weiter zu explizierenden Rahmen zurückgreifen. In der ihnen nur möglichen Rahmung kommen Elemente ihrer derzeit etablierbaren Identität zum Ausdruck. Durch die Wahl dieses Rahmens versuchen die be-

troffenen Schüler eine Identität zu konstituieren, in der sie versuchen, ihre subjektiven, lebensweltlichen Erfahrungen zur Berechnung von Quaderoberflächen mit ihren Vorstellungen darüber, was in der spezifischen sozialen Situation ihres Mathematikunterrichts zu dem genannten mathematischen Problem von ihnen erwartet wird, in Einklang bringen (vgl. hierzu KRUMMHEUER 1980, 1981).

Bezüglich der Etablierung dieser "Identitätsbalance" scheinen sich die Mitglieder in den einzelnen so benannten Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler (KikS) gegenseitig zu stützen und zu fördern. Innerhalb dieser Gruppen scheinen sich bestimmten Rahmungen oft schnell zu stabilisieren, die zum einen überhaupt erst Handeln ermöglichen, die zum anderen aber auch oft im Widerspruch zu dem vom Lehrer verwendeten und empfohlenen Rahmen stehen. Die Folgen für den Unterrichtsverlauf können von großer Tragweite sein. Denn derartige "Fehlrahmungen" haben ein "breeding" (GOFFMAN 1974, 324). "Not only is he likely to go on to a whole series of erroneous acts, but when he comes to account for his actions, the explanations themselves will create doubt in others, and doubt in himself about the possibility of not being doubted" (GOFFMAN 1974, 324).

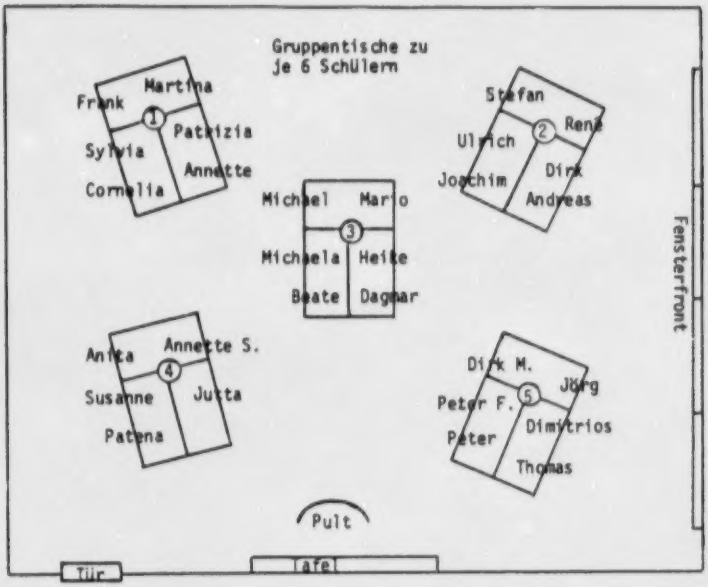
Es ist versucht worden zu verdeutlichen, daß in GOFFMANs Rahmenanalyse der Schlüssel-Begriff (ganz in seinem Sinne von "key") die Modulation darstellt. Die folgende Analyse der Kommunikation eines Mathematikunterrichts stellt den Anfang von einem längerfristigen Forschungsprojekt dar. In einem ersten Schritt werden - das methodische Vorgehen GOFFMANs in seinem Werk legt es nahe - Rahmen aufzuspüren und zu beschreiben versucht, die im beobachteten Mathematikunterricht zur Geltung kamen. In den noch vorzunehmenden Analysen im Rahmen des Projektverlaufs werden aber wieder vor allem Fragen und Probleme zu Modulationsvorgängen im Vordergrund zu stehen haben.

3. Die Kommunikationsstruktur im beobachteten Mathematikunterricht

Es soll zunächst der Gedankengang des ersten Kapitels fortgeführt werden. Dort wurde erwähnt, daß in dem beobachteten Mathematikunterricht die Lernprozesse zu dem Unterrichtsstoff "Termumformungen" oft in mehreren Kommunikationszonen gleichzeitig stattfanden. Hier sollen einige Vorinformationen über die beobachtete Klasse gegeben, die einzelnen Kommunikationszonen beschrieben und ihre Bedeutung für die Kommunikationsstruktur im Mathematikunterricht herausgestellt werden.

3.1. Zur Struktur der Kommunikationszonen

Es ließen sich neben dem offiziellen Unterrichtsgespräch insgesamt fünf Kommunikationszonen im beobachteten Mathematikunterricht festmachen: die Kommunikationsprozesse in den fünf so benannten "Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler (KikS)".



Im beobachteten Mathematikunterricht ist von folgenden Kommunikationsbereichen auszugehen:

- offizielles Unterrichtsgespräch
- KikS bestehend aus Cornelia, Silvia, Annette und Patrizia (Tisch ①)
- KikS bestehend aus Ulrich und Joachim (Tisch ②)
- KikS bestehend aus Michael, Mario und Jörg (Tisch ③ und ⑤)
- KikS bestehend aus Michaela, Beate, Dagmar und Heike (Tisch ③)
- KikS bestehend aus Patena, Susanne und Jutta (Tisch ④).

Zunächst einige Bemerkungen zur Sitzordnung:

An den Gruppentischen saßen zu Beginn des Schuljahrs Schüler auf Plätzen und mit Nachbarn nach eigener Wahl zusammen. Hierdurch konstituierten sich an mehreren Gruppentischen Kleingruppen von zwei bis vier Mitgliedern. Sie bildeten die oben erwähnten KikS. Sie umfaßten in ihrer stabilen, durchgängigen Form meist nicht alle sechs Schüler eines Gruppentisches, wenngleich durch die Sitzordnung begünstigt sogenannte "Gespräche mit dem Nachbarn" an diesen Gruppentischen zu beobachten waren.

Während zur Charakterisierung des offiziellen Unterrichtsgesprächs an dieser Stelle nichts weiter gesagt zu werden braucht, muß zur Verdeutlichung auf die Intragruppenkommunikation detaillierter eingegangen werden.

3.2. Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler

Die Gruppentische fördern durch die Platzwahl das Entstehen selbständiger Kommunikationszonen. Sie werden aus der Sicht des offiziellen Kommunikationsstranges in gewissen Grenzen auch als "Konkurrenz" gebildet. Allerdings dürfen die Vorgänge aus diesen Zonen von den Beteiligten des offiziellen Kommunikationsstranges, namentlich vom Lehrer, nicht als ernsthafte Störung empfunden werden. Aus diesem Grunde waren Interaktionsprozesse zwischen allen sechs Gruppentischmitgliedern äußerst instabil. Sie waren zu auffällig, um nicht sofort den Maßregelungen von Vertretern des offiziellen Kommunikationsstranges unterworfen zu sein.

Die hier zu betrachtende Intragruppenkommunikation bezieht sich auf die Interaktion von kleineren Teilgruppen aus zwei bis vier Schülern. Ihre Kommunikationsprozesse untereinander sind relativ stabil während der ganzen Unterrichtsstunde nachweisbar. Diese Kleingruppen nutzen die Grauzone zwischen noch zulässigem und zu mißbilligendem Verhalten aus der Sicht des offiziellen Unterrichtsstranges extensiv. Sie haben in dieser Hinsicht etwas mit den "informellen Gruppen" bei WILLIS ((1979), S. 41) gemeinsam, wenngleich deren Rahmung als typische Ausdrucksform des oppositionellen Verhaltens der jungen Arbeiter hier nicht mitgemeint ist. Denn weder gehören alle Schüler der hier beobachteten Teilgruppen der Arbeiterschicht an, noch lassen sich die Beobachtungen der englischen Arbeiterklasse bedenkenlos auf deutsche Verhältnisse übertragen.

Folgende Gemeinsamkeiten in der Infrastruktur solcher Gruppen fallen auf: In diesen Gruppen wird Spaß gemacht. In ihnen werden (meist obszöne) Witze erzählt. Es werden Erlebnisse des vorangegangenen Nachmittags berichtet und Pläne für den Nachmittag desselben Tages geschmiedet. Es besteht ein Tabu, das die Weitergabe belastender Informationen über die Gruppe hinaus verbietet (vgl. WILLIS 1979, 45). Diese Kleingruppen waren es, die zu einem späteren Zeitpunkt ohne große Schwierigkeiten für die im Projekt geplanten, außerschulischen Kleingruppenanalysen gewonnen werden konnten. Für sie war das eine ihrer gemeinsamen nachmittäglichen Unternehmungen. Es zeigte sich aber auch, daß kein außerhalb dieser Teilgruppe stehender Schüler zur Teilnahme an solchen Analysen überredet werden konnte, wenn feststand, daß eine Teilgruppe schon ausgewählt war.

3.3. Identifizierung von Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler

Am deutlichsten waren diese Kleingruppen zu identifizieren in Phasen der Bedrohung, wenn z.B. der Lehrer mit massiven Strafen drohte. Die sich nach einer solchen Bedrohung am ehesten wieder anbahnenden Gespräche zwischen Tischnachbarn fanden zwischen Mitgliedern solcher Kleingruppen statt. Sie bedienten sich dabei perfekt des "abgeschirmten Engagements" und der "Augensprache" und ähnlicher versteckter, schwer vom Lehrer zu kontrollierender Tätigkeiten (vgl. hierzu z.B. HEINZE 1980, 83ff). In diesen Phasen häufte sich auch der Blickkontakt zum Beobachter. Sie befürchteten wohl anfänglich, daß er sie verraten würde. Da dies nicht geschah und dies auch schon in der Eingewöhnungsphase von dem Beobachter den Schülern deutlich gemacht werden konnte, wurde die Identifizierung dieser Kleingruppen für den Beobachter immer leichter. Ihm gegenüber verheimlichten sie ihre Handlungen nicht mehr, ihre Beobachtung wurde hierdurch erst möglich.[1]

Als ein weiteres Kriterium für die "Validität" der Identifizierung einiger solcher Kleingruppen erwiesen sich Sitzumverteilungen durch den Klassenlehrer (nicht durch den beobachteten Mathematiklehrer). Er ordnete gerade solche Umsetzungen an, die aus seiner Sicht die "störenden Fälle" von Intragruppenkommunikation unterbanden.

---

1) In der Hauptphase der Beobachtung während der interessierenden Unterrichtseinheit "Termumformungen" war es sogar möglich, ein Tischmikrofon in diese Kleingruppen zu stellen.

3.4. Der in zwei Kommunikationsbereiche eingeteilte Lernprozeß

Das offizielle Unterrichtsgespräch und die Kommunikation in insgesamt fünf auszumachenden KikS bildeten in der beobachteten Klasse die wichtigsten Kommunikationsbereiche. Stellt man sich noch zugefügt eine Vielzahl von Einzelaktionen mehrerer Schüler vor, so bekommt man einen Einblick in die komplexe *Kommunikationsstruktur einer Unterrichtssituation. Lernprozesse in Mathematik* müssen in dieser Klasse auf dem Hintergrund zumindest dieser sechs Kommunikationsbereiche beschrieben werden. GOFFMAN, der auf die "Alltäglichkeit" einer solchen Komplexität von Situationen hinweist, schreibt dazu:

"A significant feature of any strip of activity is the capacity of its participants to 'disattend' competing events - both in fact and in appearance - here using 'disattend' to refer to the withdrawal of all attention and awareness. This capacity of participants, this channel in the situation, covers a range of potentially distracting events, some a threat to appropriate involvement because they are immediately present, others a threat in spite of having their prime location elsewhere." (GOFFMAN 1974, 202)

"Eine wichtige Eigenschaft jedes Handlungsausschnitts ist, daß die Beteiligten konkurrierende Vorgänge 'ignorieren' können - tatsächlich wie auch dem Anschein nach -, und das soll hier heißen: ihre gesamte Aufmerksamkeit und ihr gesamtes Bewußtsein davon abwenden können. Diese Fähigkeit der Beteiligten, dieser Kanal in der Situation bewältigt eine ganze Skala möglicherweise ablenkender Ereignisse, von denen einige deshalb die richtige Zuwendung gefährden, weil sie unmittelbar gegenwärtig sind, und andere, obwohl sie im wesentlichen anderswo lokalisiert sind." (GOFFMAN 1980, 225)

Nicht die offizielle Kommunikation allein, sondern das spannungsgeladene Verhältnis zwischen der Konzentration auf einen Bereich (einen Kanal) und der Ablenkung durch Ereignisse in einem anderen Bereich charakterisiert die Lernsituation, in der der Schüler (s)eine Identität zu finden hat. Ein Schüler, wenn er einer KikS angehört, ist somit immer potentielles Mitglied zumindest zweier Kommunikationsbereiche.

Eine spezifische Konstellation zwischen diesen beiden Bereichen soll hier vorab "theoretisch" entwickelt werden, da sie aus Sicht des Beobachters in dieser Klasse oft der Grund für eine Vielzahl von Lernschwierigkeiten bei Schülern, Verständigungsschwierigkeiten zwischen Lehrer und Schülern und dem oft beträchtlichen Durcheinander in der Klasse war: In beiden erwähnten Be-

reichen wird "derselbe" mathematische Inhalt thematisiert. Die KikS macht sozusagen im Unterricht mit (offizieller Strang), ohne dabei aber die Intragruppenkommunikation aufzugeben. In diesem Falle können innerhalb der beiden Bereiche differierende Rahmen zur Interpretation des angebotenen mathematischen Stoffes entwickelt werden, ohne daß die Notwendigkeit zur Modulation gesehen wird. Die dann zu vermutenden, nicht erkannten oder nicht durch Modulation überbrückbaren Interferenzen können erhebliche Folgen für den Aufbau des mathematischen Wissensbestandes bei Schülern haben.

4. Beobachtungen im Unterricht und Analysen von Kommunikation über Mathematik

4.1. Einige Bemerkungen zum Verlauf der gesamten Beobachtungsphase

Es sind insgesamt 32 aufeinanderfolgende Mathematikstunden in der Klasse beobachtet worden. Davon fallen die ersten elf Stunden in die Eingewöhnungsphase, in der die interessierende Unterrichtseinheit "Termumformungen" noch nicht behandelt wurde. In dieser Zeit wurde absichtlich auf jedes technische Hilfsmittel außer einer stichwortartigen Mitschrift verzichtet. Neben einigen ersten Interpretationsversuchen auf dieser sehr unzuverlässig erscheinenden Beobachtungsart wurden vor allem die oben erwähnten sechs Kommunikationsbereiche (offizielles Unterrichtsgespräch und fünf Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler) erkannt und einige genauer beschrieben.

In der interessierenden Unterrichtszeit über Termumformungen wurde zur Unterstützung des Beobachtens ein Tonband eingesetzt. Wünschenswert wären Videoaufnahmen gewesen. Aber eine Folge von 21 Stunden über acht Unterrichtswochen verteilt in dieser Weise festzuhalten, hätte eine fest installierte Videoausrüstung in dieser Klasse vorausgesetzt. Dies war nicht gegeben.

Mit Hilfe der üblichen und auch hinreichend zuverlässig arbeitenden Stereo-Technik war es möglich, jeweils die Kommunikationsprozesse zweier Bereiche aufzuzeichnen. Es bestand kein Zweifel, bei der Auswahl von zwei der insgesamt sechs identifizierten Kommunikationsbereiche für das offizielle Unterrichtsgespräch einen Stereokanal kontinuierlich über die gesamte Beobachtungszeit zu reservieren. Zur Aufnahme wurde ein Mikrofon mit Raum-, bzw. "Nieren"-Charakteristik verwendet. Es stand in der Nähe des Pults.

Das zweite Mikrofon konnte jeweils auf einen der sechs Schüler umfassenden Tische gestellt werden. Man hoffte hierdurch auch die Kommunikationsprozesse von jeweils einer KikS aufzeichnen zu können. Diese Hoffnung erfüllte sich auch in großem Maße, wenngleich die geflüsterten Gespräche "hinter der Hand" auch hiermit nicht festgehalten werden konnten. Das Tischmikrofon wurde für jeweils sechs aufeinanderfolgende Unterrichtsstunden auf einem Tisch belassen.

4.2. Übersicht über den Unterrichtsablauf der ersten vier Stunden

Die ersten vier hier zu analysierenden Stunden kann man als Eröffnung und Einführung in dieses Gebiet ansehen. In ihnen werden u.a. der Begriff des "Terms" geklärt, Beispiele zur Erstellung von Termen gegeben sowie die Gleichwertigkeit von Termen ansatzweise angesprochen. Einführungsstunden mißt man im Mathematikunterricht oft die Bedeutung zu, grundlegende Fragestellungen und Begriffe anzusprechen sowie Motivationen zu geben und Zielsetzungen des anfallenden Stoffgebiets zu verdeutlichen.[1]

Da das Aufnahmeverfahren der Unterrichtskommunikation sich - wie oben beschrieben - auf zwei Kommunikationszonen stützte, soll zunächst in groben Zügen der Ablauf der Kommunikationsprozesse der beiden ausgewählten Zonen beschrieben werden. An dem Tisch ① sitzt die KikS bestehend aus Cornelia, Silvia, Patrizia und Annette. Das Pronomen "sie" (Plural) steht in der Beschreibung des Handlungsverlaufes am Tisch ① für alle am Tisch anwesenden Schüler. Es bezieht sich also nicht nur auf die KikS.

Die Verlaufsbeschreibungen in den beiden Kommunikationszonen werden im folgenden spaltenweise gegenübergestellt. Nebeneinanderstehende Absätze weisen auf die annähernd gleichzeitig ablaufenden Handlungen in den beiden Zonen hin.

---

1) vgl. hierzu WALLRABENSTEIN in BAUERSFELD (Hrsg.) 1978, 149.
Neben einer mehr organisatorischen Perspektive der Planung einer Unterrichtseinheit wird in der neueren didaktischen Diskussion um Termumformungen die Wichtigkeit solcher grundlegenden Fragestellungen hervorgehoben. Beispielhaft sei auf VOLLRATH verwiesen: "Der Kalkül wurde gegenüber den Interpretationen überbetont. ... Grundlagenbetrachtungen haben gezeigt, daß es äußerst fruchtbar ist, semantische (auf Inhalt gerichtete) und syntaktische (auf Formen gerichtete) Aspekte einer formalen Gleichung gleichwertig zu behandeln" (VOLLRATH 1974, 20). Ohne sich mit den hier zugrundeliegenden theoretischen Implikationen identifizieren zu wollen, scheint der Lehrer einer in der Tendenz ähnlichen Einschätzung zu folgen.

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

Anhand mehrerer meist geometrischer Veranschaulichungen versucht der Lehrer, Beispiele für Terme zu geben bzw. erarbeiten zu lassen. Am Anfang wählt er die Fläche des Rechtecks, die bei entsprechender Bezeichnung a·b lautet. Hierzu hat er ein Rechteck aus Pappe als Demonstrationsobjekt mitgebracht. Als nächstes Problem soll der Term (die Formel) für die Oberfläche eines Quaders bestimmt werden (2ab + 2bc + 2ac). Ein aufklappbarer Quader aus Pappe steht hier zur Verfügung.

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

Der Lehrer beginnt ein neues Gebiet. Es heißt "Termumformungen". Anfänglich denken sie, daß es etwas mit Thermometer zu tun haben könnte. Sylvia vermutet auch einen Zusammenhang mit dem Zahlenstrahl. Sie raten, wie man das vom Lehrer hochgehaltene Papp-Rechteck nennt. Sie haben viel Spaß dabei, als sie alle möglichen Namen von geometrischen Figuren in die Klasse rufen. Den für Ruhe sorgenden Lehrer nennen sie einen Affen.

An diesen Demonstrationsobjekten werden insgesamt drei Sachverhalte zum Gebiet der Termumformungen thematisiert.

1. Man kann daran allgemeingültige Formeln herleiten. Hierzu ist der Umgang und auch ein geeignetes Verständnis des Variablenbegriffs nötig. Es zeigte sich, daß die Schüler hierbei mit erheblichen Schwierigkeiten zu kämpfen hatten. Sie neigten mehr dazu, die vorhandenen Demonstrationsobjekte zu vermessen, um die konkreten Flächeninhalte der Objekte "auszurechnen".

Bei der Suche nach einer Abkürzung für den Flächeninhalt des Rechtecks ("Länge mal Breite") bleibt für Cornelia und Sylvia unverständlich, warum der Lehrer die ihnen besser erscheinende Formel 1·b ablehnt und a·b bevorzugt. Anschließend soll das Material für einen Holzkasten berechnet werden. Frank hat zur Lösung dieser Fragestellung offenbar eine Idee. Obwohl er vom Lehrer aufgefordert wird, sie zu äußern, meint er nicht ausreichend Gelegenheit dazu bekommen zu haben. Trotz mehrfachem Bemühen wird er nicht mehr aufgerufen. Darüber wird er zunehmend ärgerlich.

59

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

Sie dürfen aber den Papp-Quader an ihrem Tisch zerlegen. Frank übernimmt offenbar die Regie. Sie alle erkennen, daß eine Quaderoberfläche aus Rechtecken besteht. Sie erkennen auch weiter, daß gegenüberliegende Flächen gleich sind. Aber sie können sich im offiziellen Unterrichtsgespräch kein Gehör verschaffen. Frank scheint entmutigt.

---

2. Steht eine Formel zur Verfügung, so lassen sich durch Belegen der Variablen in diesem Term die Flächeninhalte (bzw. Oberflächen) konkreter Objekte berechnen.[1] Dieses "deduktive" Vorgehen scheint viele Schülern der Klasse nicht (sofort) überzeugt zu haben.

Martina erinnert sich an eine gestrige Fernsehsendung, in der der damalige Kanzlerkandidat Strauß auftrat. Hiervon erzählt sie. Langsam kann sie die Tischmitglieder zum Zuhören gewinnen. Sie verteilen dabei Süßigkeiten. Es wird viel gelacht dabei.

In der Stunde vom 30. September fehlen am Anfang Sylvia und Patrizia. Die vier restlichen Schüler des Tisches ① verfolgen die Hausaufgabenbesprechung aufmerksam und vergleichen ihre Ergebnisse. Frank entdeckt einen Fehler, den der Lehrer an der Tafel gemacht hat.

---

1) Dieser Vorgang des Belegens ist in der "Umgangssprache" des Mathematikunterrichts als "Einsetzen" bekannt. In der Terminologie halten wir uns hier an GRIESEL und JAHNER (vgl. GRIESEL, H. (1973), S. 229 und JAHNER, H. (1978), S. 138).

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

3. Es kann die Gleichwertigkeit von Termen begründet werden, wenn zwei verschiedene Terme dieselbe Größe bezeichnen. So sind z.B. die Terme 2ab + 2bc + 2ac und (ab + bc + ac)·2 gleichwertig, weil beide Terme die Oberfläche eines Quaders bezeichnen. Die Gleichwertigkeit dieser beiden Terme wird von Andreas in den Stunden vom 30.9. bis 1.10. behauptet. Die zugrundeliegende und hier angedeutet geometrische Interpretation wird im Unterricht nicht explizit thematisiert.

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

Bei dem Problem, ob die Terme 2ab + 2bc + 2ac und (ab + bc + ac)·2 gleichartig sind, faßt Cornelia den Teilterm ab + bc + ac des zweiten Terms als eine eigene "Aufgabe" und möchte den Teilterm durch eine neue Variable substituieren. Der Lehrer verwirft diesen Gedanken, ohne allerdings die Schüler des Tisches überzeugen zu können. Sie wenden sich vom offiziellen Unterrichtsgespräch ab.

Im Unterricht geht es weiter mit neuen Beispielen zur Aufstellung von Termen (30.9.). Hierzu wird ein Arbeitsblatt verteilt, das eine Jahrmarktszene skizziert. Es sind auf dem Blatt mehrere Figuren zu erkennen, die sie in ihren Tätigkeiten an verschiedenen Schaubuden darstellt. Eine Figur mit Namen Bernd z.B. wirft an einer Bude mit Ringen, und ein Wurf kostet 30 Pf. Eine andere Figur mit Namen Siggi reitet offenbar auf einem Pony, und ein Ritt kostet 95 Pf. Zudem ist von allen Benutzern des Jahrmarktes ein Eintritt von 50 Pf zu entrichten. Da

Erst als ein Aufgabenblatt verteilt werden soll, beachten sie wieder diese Kommunikationszone. Sie kommentieren die Zeichnungen auf dem Arbeitsblatt. Bei der beginnenden Gruppenarbeit gesellen sich Cornelia, Annette und Frank zu anderen Tischen. Martina verläßt den Klassenraum. Während der Besprechung der Gruppenergebnisse betreten Sylvia, Patrizia und auch Martina den Klassenraum und setzen sich auf ihre Plätze. Es scheint, als hätte sich Patrizia verletzt. Über diese Verletzung und die anschließende ärztliche Versorgung gibt es viel zu erzählen.

61

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

jede Figur nur an eine Schaubude geht, läßt sich für jede Figur ein Term der Form m · 30 Pf + 50 Pf (Beispiel Bernd) für die Gesamtkosten des Jahrmarktbesuches aufstellen.
Diese und noch eine weitere Aufgabe liegen auf einem Arbeitsblatt vor, und sie werden in Gruppen bearbeitet.

In der dritten Stunde (1.10.) läßt der Lehrer nach anfänglicher Hausaufgabenbesprechung zwei Aufgaben aus dem Mathematikschulbuch in Gruppen bearbeiten. Es geht um die Erstellung der Formel für den Umfang eines Rechtecks sowie deren Belegung.
Die Schüler scheinen offenbar zu Beginn der Gruppenarbeit meist von der Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks auszugehen, so daß der Lehrer die Gruppenarbeit unterbricht und in Form des Frontalunterrichts die richtige Formel herleitet. Die folgende Gruppenarbeit hat dann nur noch einige Beispiele von Belegungen durchzurechnen.

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

Der Lehrer möchte sie zwar einige Male in das offizielle Unterrichtsgespräch mit einbeziehen, sie haben aber an ihm kein Interesse. Sie unterhalten sich bis zum Ende der Stunde über andere, mathematikfremde Sachen.

So verwundert es auch nicht, daß die Mitglieder der KikS die Hausaufgaben für die Stunde am 1.10. nicht bearbeiten konnten. Nur Frank und Martina haben Ergebnisse vorliegen.[1]
In der Gruppenarbeitsphase kommt der Lehrer zweimal an ihren Tisch. Es entsteht ein Streit darüber, wie man ein Ergebnis zu präsentieren habe. Der Lehrer meint, man müsse den Rechenweg erkennbar aufschreiben, während sie meinen, daß das Notieren der Ergebnisse genüge. Die Besprechung der Gruppenergebnisse verfolgen sie offenbar. Vor allem Cornelia beteiligt sich am offiziellen Unterrichtsgespräch.

---

1) Dies ist wiederum ein Indiz dafür, daß Frank und Martina nicht zur KikS gehören. Absprachen bzw. gemeinsame Weigerungen, wie z.B. die Hausaufgabe nicht bearbeiten, scheinen für diese beiden Schüler weniger bindend und verbindend zu sein.

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

Nach einer weiteren Aufgabe, in der es um die Formel zur Berechnung von Fahrpreisen geht, sollen Terme für die Kantenlänge eines Würfels und eines nicht gleichkantigen Quaders ermittelt werden. Hier entsteht wieder der Konflikt, daß die Schüler zunächst die Kantenlänge der vorliegenden Demonstrationsobjekte messen wollen, während der Lehrer verschiedene Möglichkeiten zur Erstellung der Formel diskutieren will.

Zwei Punkte hebt der Lehrer hervor:

1. Terme der Form $ax + bx$ können zu $(a+b) \times$ zusammengefaßt werden; $a, b \in \mathbb{R}$ und a und b sind immer konkrete Zahlenwerte, z.B.: $7x + 3x = 10x$.
2. Unterschiedlich lange Strecken müssen mit verschiedenen Buchstaben gekennzeichnet werden. Ein Zusammenfassen ist nicht möglich, z.B. ist $7x + 3y$ nicht weiter zusammenfaßbar.

An dieser Stelle wird zum ersten Mal eine Termumformungs-Regel explizit mit Hilfe einer geometrischen Veranschaulichung zu begründen versucht.

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

Der Lehrer holt einen Würfel aus Pappe hervor. Zunächst scheinen sie nicht begeistert. Dann aber entwickelt Patrizia einen Lösungsvorschlag zum gestellten Problem. Es scheint richtig zu sein. Dennoch will der Lehrer an dem Würfel noch eine weitere Lösung besprechen. Sie scheinen sie nicht zu begreifen, bzw. empfinden sie als umständlich. Lediglich Martina scheint die Absicht des Lehrers nach einiger Zeit zu verstehen.

Als der Lehrer von einem Papp-Quader die Kantenlänge bestimmen lassen will, kann Frank eine Lösung erarbeiten. Auf ihr gemeinsames Unverständnis aber stößt, daß der Lehrer die Kanten des Quaders nicht ausmessen lassen will. Martina beschwert sich unter viel Beifall öffentlich. Die Rechtfertigungsversuche des Lehrers scheinen sie nicht zu akzeptieren. Sie nehmen sich gegenseitig Sachen weg und streiten darum. Erst als zum Ende die Kanten des Quaders gemessen werden, beteiligen sie sich wieder am offiziellen Unterrichtsgespräch.

63

1. Verlauf des offiziellen Unterrichtsgesprächs

In der Hausaufgabenbesprechung der Stunde vom 3.10. wird die Gleichwertigkeit von Termen besprochen. Die Terme 25a + 25b und 25(a + b) scheinen gleichwertig zu sein, weil bei gleichen Belegungen sich derselbe Zahlenwert ergibt. Dieser Aspekt zur Gleichwertigkeit ist für die Klasse neu, weil bisher die Gleichwertigkeit von Termen über geometrische Veranschaulichungen zu begründen versucht wurden.

2. Verlauf der Kommunikation am Tisch ①

An der Hausaufgabenbesprechung in der Stunde vom 3.10. sind alle sechs Schüler beteiligt.

4.3. Einige Bemerkungen zu den Verlaufsdarstellungen

(1) Für die obigen Darstellungen wurden als Grundlage Transkripte der Tonbandaufnahmen verwendet. Von den vorliegenden Tonbandaufnahmen wurden die Gesprächsabschnitte der Kommunikation am Tisch (1), in denen kein inhaltlicher Bezug zum Thema des offiziellen Unterrichtsgesprächs bestand, nicht transkribiert. Dies aus folgenden Gründen:

- Diese Gesprächsabschnitte waren in den meisten Fällen nur schwer und nur bruchstückhaft verständlich. Wegen der viel offensichtlicheren Illegalität solcher Gespräch gemäß der vom Lehrer vertretenen Normen wurden sie immer recht leise und versteckt geführt. Dies beeinträchtigte die Möglichkeiten, sie aufzunehmen, erheblich.
- Aus theoretischen Erwägungen interessierten für die beabsichtigten Analysen zum Mathematiklernen derartige Gesprächsabschnitte weniger. Im Hinblick auf den immens hohen Zeitaufwand zur Erstellung solcher Transkripte scheint ein Verzicht auf ihre Verschriftlichung vertretbar.
- Das Vertrauen der aufgenommenen Schüler auf diskrete Behandlung ihrer Äußerungen durch den Beobachter und Mitautor soll nicht zerstört werden. Eine diesbezügliche Zusicherung ist unsicher werdenden Schülern häufiger vom Beobachter gegeben worden. Themen dieser Kommunikationsprozesse waren u.a. Witze, bissige und verletzende Bemerkungen über Lehrer, Verabredungen, Berichte über intime Erlebnisse, Gespräche über den Stundenplan usw.

Durch den Verzicht auf die Verschriftlichung solcher Kommunikationsprozesse läßt sich die Existenz von "Kleingruppen intensiv kommunizierender Schüler" (KikS) an den vorliegenden Transkripten nur bruchstückhaft belegen. Durch die obigen Verlaufsdarstellungen der Kommunikationsprozesse in den beiden aufgenommenen Kommunikationszonen sollte u.a. auch dieser Verzerrung entgegengewirkt werden. Sie zeigen m.E., daß die KikS bzw. alle Schüler des Tisches (1) in intensiven Kontakten standen und über längere Zeiträume dem offiziellen Unterrichtsgespräch nicht folgten.

(2) An anderer Stelle wurde schon auf die grundsätzlich unterschiedlichen Einschätzungen der Unterrichtssituationen durch Lehrer und Schüler hingewiesen (vgl. KRUMMHEUER 1981, 7). Die Einschätzung des Lehrers scheint eher teleologischer Natur zu sein. Seine Handlungen sind gelei-

tet von einer wie auch immer bruchstückhaften Unterrichtsplanung. Sie fügen sich in ein linear voranschreitenden Planungskonzept. Von den Schülern können wir annehmen, daß sie die kommunikativen Prozesse des Unterrichts eher als Folge kontingenter, arbiträrer und mehr oder weniger isolierter Situationen verstehen. Das offizielle Unterrichtsgespräch präsentiert sich ihnen meist in einem auffordernden Charakter. Sie müssen in ihm "Aufgaben" bewältigen und lösen.

(3) Die unterschiedlichen Deutungshintergründe von Unterrichtssituationen bei Lehrer und Schülern stellen den Interpreten vor das Problem, die Handlungen des Lehrers auf der einen Seite und die der Schüler auf der anderen Seite durch unterschiedliche Beschreibungsmodi darzustellen. Bei den durchgeführten Beschreibungen wurde versucht, diesem Unterschied gerecht zu werden. In der Darstellung des offiziellen Unterrichtsgesprächs wurden die beobachteten Handlungen jeweils in den Rahmen mathematikdidaktischer Konzeptionen zu stellen versucht. Bei der Darstellung des Kommunikationsprozesses am Tisch (1) wurde ein eher Episoden berichtender Stil gewählt. Eine Gefahr besteht insgesamt dabei, daß einerseits die teleologische Ausrichtung von Lehrerhandlungen überbetont werden kann und andererseits die Schülerhandlungen in verzerrend überspitztem Maße als lediglich vom Zufall bestimmtes, chaotisierendes Handeln begriffen wird.

Es sollen im folgenden anhand der vorliegenden Transkripte der vier Einführungsstunden und der außerschulischen Kleingruppensitzung mit der KikS bestehend aus Cornelia, Sylvia, Annette und Patrizia geeignet erscheinende Kommunikationsprozesse analysiert werden im Hinblick auf zu vermutende Verstehenskonflikte und der zu unterstellenden unterschiedlichen Rahmungen bei Lehrer und Schülern. Es werden dazu zwei für die Didaktik der Termumformungen wesentlich erscheinende Gesichtspunkte herausgegriffen.

(1) In den vier Einführungsstunden greift der Lehrer mehrere Male auf *"geometrische Veranschaulichungen"* zurück. Die ausgewählten Beispiele sind als sogenannte "Übungen" in dem in der Klasse eingeführten Mathematikbuch "Mathematik heute 8" aufgeführt. Der Lehrer verwendet sie als Ausgangspunkt für das offizielle Unterrichtsgespräch. Aufgrund der Lernerfolge bei den Schülern ist anzunehmen, daß die implizit diesen Veranschaulichungen zu unterstellenden Lehrziele nicht erreicht worden sind.

(2) Im Kapitel der Termumformungen wird der Begriff der Variable aufgegriffen und in vielen Situationen verwendet. Es entwickelt sich eine Art "Wissen" über den *Umgang mit Variablen und Termen*. Wegen der großen Wichtigkeit dieser Begriffe für die Algebra und vieler folgender Unterrichtseinheiten im Mathematikcurriculum soll die Entstehung und Art des Wissens über den Umgang mit Variablen analysiert werden.

4.4. Geometrische Veranschaulichungen

4.4.1. Behandlung des Flächeninhalts eines Rechtecks im Unterricht

a) "Ich möchte diese Einheit beginnen, indem ich euch ein Beispiel aus der Geometrie vorstelle. Also das ... wenn ich sone Fläche habe, guckt euch mal das bitte genau an - was ist das für ne Figur?" (27-32; S. 2f).[1]

Mit diesen Worten eröffnet der Lehrer die Unterrichtseinheit "Termumformungen". Dem vorliegenden Transkript und der "Übersicht über den Unterrichtsablauf" (5.2.) ist zu entnehmen, daß der Lehrer auf die Erstellung der Formel für den Flächeninhalt von Rechtecken hinaus will. Dies kann man zum jetzigen Zeitpunkt höchstens erraten. Die Schüler sollen zunächst erst einmal "genau gucken, was das für ne Fläche ist". Der Lehrer scheint momentan zu erwarten, daß die Schüler die von ihm hochgehaltene Papp-Fläche als Rechteck identifizieren. Die Frage scheint aber den durch sie an die Schüler gerichteten Handlungsauftrag nicht deutlich genug zu umreißen.

Im derzeitigen Analysestadium kann man nur Vermutungen anstellen, warum die Frage für die Schüler undeutlich bleibt. Sie könnten z.B. lauten:

- Die Aufforderung "genauer zu gucken" könnte bedeuten, daß der Name für diese geometrische Figur genannt werden solle,
- oder daß diese Figur von der anzunehmenden Klasse der Rechtecke durch eine nur durch genaues Hinsehen zu erkennende Irregularität abweiche und diese erkannt werden solle,
- oder daß den Schülern nicht klar ist, was Termumformungen sind. Hat es etwas mit Thermometern oder dem Zahlenstrahl zu tun, wie am Tisch (1) vermutet wird? Somit können sie auf keine explizite Vorstellung zum Begriff der

1) In den Transkripten wird eine nur phonetische Gesichtspunkte berücksichtigende Interpunktion verwendet (siehe dort). Aus Platzgründen können die ca. 200 Seiten umfassenden Transkripte hier nicht vollständig wiedergegeben werden. Interessenten können Kopien beim Autor anfordern.

Termumformungen zurückgreifen, sei sie auch noch so schemenhaft, um die vom Lehrer gestellte Frage zu verstehen.

So verwundert es nicht, daß die Schüler überaus belustigt alle möglichen Flächennamen in die Klasse rufen. Sie warten - so scheint es - auf weitere, die Fragestellung verdeutlichende Aktivitäten des Lehrers. Er geht nach einigen Zwischenrufen auf Joachims Einwurf ein ("ich würd sagen, das ist ein Viereck" 42/43, S. 3).

Aus der Sicht des Beobachters stellt sich die Frage, warum der Lehrer erst *jetzt* und gerade auf *diesen* Einwurf reagiert. Denn die Schüler machten sich schon einen Spaß aus der Frage, und der Unterricht droht in ein chaotisches Durcheinander zu entgleiten. Der Name "Viereck" ist schon sofort nach seiner Frage gefallen (Martina 35, S. 3). Der Lehrer hätte auch schon früher, die Bemerkung eines Schülers aufgreifen können: "sieht aus wien Quadrat mit vier Ecken" (32, S. 3). Es könnte natürlich sein, daß der Lehrer die beiden erwähnten Einwürfe nicht gehört hat. Dies könnte vor allem für Martinas Bemerkung gelten, die über das Tischmikrofon aufgenommen worden ist. Dies trifft aber nicht für die zweite Bemerkung zu. Sie ist laut und deutlich (über das Raummikrofon aufgenommen) auf dem Tonband zu hören.

Es scheint daher so, als nähme der Lehrer Äußerungen von Schülern in dieser Situation mit unterschiedlich ausgeprägter Aufmerksamkeit auf. Die vielen Zwischenrufe nötigen ihn geradezu dazu. Aufgrund der Untersuchungsergebnisse aus der Eingewöhnungsphase ist bekannt, daß Ulrich und Joachim, die zusammen eine KikS bilden, über weite Zeiträume des Unterrichts mit vielen Bemerkungen zu dem Zustandekommen eines "fruchtbaren", offiziellen Unterrichtsgesprächs beitragen. Dies dürfte umgekehrt bei dem Lehrer eine Erwartungshaltung gefördert haben, die sich ausdrückt in einer erhöhten Aufmerksamkeit für Äußerungen dieser beiden Schüler. Dies kann wiederum von anderen Schülern als einseitige Bevorzugung verstanden werden.

Der Versuch des Lehrers, über Joachims Beitrag eine Diskussion in Gang zu setzen, scheitert aus was für Ursachen auch immer. Der Lehrer empfindet, daß die Klasse zu laut ist, und er sorgt laut schimpfend für Ruhe. Nach dieser Ermahnung greift der Lehrer seine eingangs gestellte Frage wieder auf. Es ist mittlerweile klar, daß die Papp-Fläche ein Rechteck ist. Es sei noch angemerkt, daß durch die jetzt "richtig" beantwortete Frage offenbar kein Klärungsprozeß über die Klassifikation geometrischer Figuren stattgefunden hat.

An einer späteren Stelle derselben Stunde muß relativ langwierig der Unterschied zwischen einem Quadrat, Rechteck und Viereck erarbeitet werden.[1]

b) "Ja Rechteck, uns interessiert ... die Fläche von dem Rechteck, wer weiß denn von euch noch, wie man, sowas berechnet" (53-55, S. 4).

Mit dieser Frage steuert der Lehrer auf das erste Beispiel eines Terms zu. "a · b" gibt den Flächeninhalt eines Rechtecks an, wenn a und b die Längen der paarweise verschiedenen Rechteckseiten bezeichnen. "Länge mal Breite" lautet die Antwort der Schüler. Die Formulierung "Länge mal Breite" stellt eine im Alltag gebräuchliche Formel dar. Sie hält aber darüber hinaus durch Verwendung der Begriffe "Länge" und "Breite" deutlich an dem Bild eines Rechtecks fest. Diese Bindung an ein Bild des Rechtecks wird unnötig, sobald man den Blick auf die algebraische Struktur dieser Formel wendet. Unter einem solchen Blickwinkel stellt a · b die Verknüpfung zweier reeller Zahlen dar, für die gewisse Eigenschaften gelten sollen. Eine Vorstellung an den Flächeninhalt eines Rechtecks ist damit nicht verbunden. Er wäre eine denkbare geometrische Veranschaulichung für das Produkt a · b, wenn beide Faktoren nicht-negative Zahlen sind. Es ist zu vermuten, daß sich hinter der Formulierung "Länge mal Breite" bzw. "a · b" zwei verschiedene Rahmen zur Interpretation des Flächeninhalts eines Rechtecks verbergen. Diese Bemerkungen seien der Analyse des Gesprächsabschnitts über die Erstellung der Formel a · b (68-80, S. 5) vorangestellt. Der Lehrer fragt dort, wie man "Länge mal Breite" "kürzer schreiben" könne (68, S. 5). Von den Schülern wird sowohl "a · b" als auch "l · b" angeboten. Zu letzterem Vorschlag neigen die Schüler der aufgenommenen KikS. "l · b" stellt in der Tat eine "Kurzschreibweise" für "Länge mal Breite" dar. Es werden die Anfangsbuchstaben der beiden Substantive genommen und für "mal" der gebräuchliche Multiplikationspunkt. Die enge Anlehnung an das Bild eines Rechtecks bleibt somit weitgehend erhalten. Trotz der formalen Produkt-Gestaltung muß also keine Modulation in einen anderen, möglicherweise den angedeuteten algebraisch-didaktischen Rahmen vorgenommen worden sein.

---

1) Dies rechtfertigt m.E. das Vorgehen des Lehrers, zur Einführung in die neue Unterrichtseinheit diese Klassifikation zu wiederholen. Im weiteren Verlauf wird auf sie gemäß der Unterrichtsplanung noch häufig zurückgegriffen werden müssen. Vgl. zu der geometrischen Klassifikation im Gegensatz stehende alltagssprachliche Klassifikation von Vierecken VIET in BAUERSFELD (Hrsg.) 1978, 15.

Dies gilt auch noch, wenn man anstelle der Buchstaben l und b die "ersten Buchstaben des Alphabets" (74/75, S. 5) - wie es der Lehrer vorschlägt - wählt. Zufälligerweise stimmen dabei die jeweils zweiten Buchstaben überein. Dennoch kann man sich "l·b" besser merken (Sylvia 73, S. 5). Im Falle der Formulierung "a·b" muß man dann aber aufzeigen, "was a und b ist" (Joachim 77/78, S. 5). Joachims Bemerkung wird vom Lehrer positiv bestärkt. Es scheint so, als ob die hier vorgeführte Interpretation des Kommunikationsprozesses durch die Einigkeit bekundenden Äußerungen von Lehrer und Schülern bestätigt wird.

An der vorgestellten Deutung der Kommunikationsprozesse entstehen Zweifel, wenn man bedenkt, daß die scheinbare Einigung über die Formel "a·b" auf der Grundlage eines vom alltäglichen Bild eines Rechtecks geprägten Rahmens, den vor allem Schüler der aufgenommenen KikS verdeutlichten, zustande kam.

In einem zweiten Interpretationsversuch der vorliegenden Passage soll gezeigt werden, daß unter Verwendung eines algebraisch-didaktischen Rahmens bezüglich des Verständnisses eines Produkts der entsprechende Kommunikationsprozeß in einer anderen Weise gedeutet werden kann. Unter dieser Annahme kann die dargestellte Gesprächspassage als eine kurze Wiederholung von Rechteck und Rechtecks-Inhalt angesehen werden. Ziel wäre eine schnelle Hinführung zu dem Term a·b, um dann am nächsten Problem, der Oberflächenformel eines Quaders, wichtige Fragestellungen zum Stoffgebiet der Termumformungen aufzugreifen. Die vorgeschlagene Abkürzung "a·b" bedeutete weiterhin unter der formulierten Annahme die Einführung von Variablen. Das anfängliche Beharren einiger Schüler auf einen Term der Form "l·b" sei zwar grundsätzlich möglich. Da "a·b" aber auch schnell akzeptiert werde, scheine die Einigkeit erzielt worden zu sein. Der Einwand von Joachim zeige sogar an, daß zumindest bei einigen Schülern auch eine gewisse "Tiefe" von der Bedeutung der Variable vorhanden zu sein scheint. Denn verwendet man Variablen, dann ist es aus mathematischer Sicht unbedingt nötig anzugeben, Elemente welcher Menge sie repräsentieren sollen. In diesem Sinne erschiene dann der oben erwähnte Einwand Joachims als besonders bemerkenswert, weil er "spontan" ein Exaktheitskriterium erfüllt zu haben scheint, das - aus welchen Gründen auch immer - im Mathematikunterricht oft vernachlässigt wird.

Fassen wir zusammen. Schon die ersten Analyseversuche zeigen, daß die Interpretation von Kommunikation die Explikation der von den Beteiligten verwendeten Rahmen bedingt. Aufgrund von Äußerungen wurden zwei denkbare Rahmen angewendet. An dieser Stelle kann es nur unentschieden bleiben,

a) ob die angedeuteten Rahmen überhaupt von einem der Beteiligten verwendet wurden oder ob nicht ganz andere Rahmen bestimmend waren und

b) welche an der Kommunikation beteiligte Person sich für welchen Rahmen entschied, wenn man annehmen könnte, daß die von ihnen verwendeten Rahmen den beiden umrißhaft explizierten stark ähnelten.

Ein weiterer Aspekt sei in dieser Zusammenfassung erwähnt. Wenn man einmal vorläufig davon ausginge, daß der Lehrer eher zu einer algebraisch-didaktischen Rahmung und die Schüler (zumindest der aufgenommenen KikS) eher zu einer vom alltäglichen Bild eines Rechtecks geprägten Rahmung tendierten, dann stellt die scheinbar erzielte Einigung über die "Abkürzung a·b" einen Konsens dar, der auf einer Reihe von Mitverständnissen beruht. Alle Äußerungen sind wechselseitig in beiden explizierten Rahmungen sinnvoll. Der Lehrer ginge dann fatalerweise davon aus, daß die Schüler sich des für Termumformungen angemessen erscheinenden algebraisch-didaktischen Rahmens bedienten, zumindest aber Ansätzen zu Modulationen in diesen. Die Schüler wiederum sahen sich durch die Äußerungen des Lehrers bestätigt in der ihnen unterstellten Rahmung, sie hätten eine neue Abkürzung kennengelernt.

Der hier "algebraisch-didaktisch" genannte Rahmen ergibt sich mehr oder weniger aus der Analyse zur "offiziellen" Didaktik der Termumformungen und ist deswegen dem Lehrer am ehesten zu unterstellen. Der hier vom "alltäglichen Bild eines Rechtecks geprägt" genannte Rahmen scheint nicht einen solchen "offiziellen" Charakter zu besitzen. Er ist nur aus den Kommunikationsprozessen über Flächen und Flächeninhalte zu erheben. Er ist zu begreifen als ein Rahmen, der die typische Kommunikation von Mathematikunterricht zur Ausgangslage hat. Insbesondere Merkmalen dieses Rahmens soll im folgenden nachgegangen werden. Hierzu wird auch die veranstaltete außerschulische Kleingruppen-Kommunikation der Schülerinnen, Cornelia, Sylvia, Annette und Patrizia herangezogen.

4.4.2. Behandlung des Flächeninhalts eines Rechtecks in einer außerschulischen Kleingruppensitzung

In der Kleingruppensitzung mit der KikS bestehend aus Cornelia, Sylvia, Annette und Patrizia wurde folgende Aufgabe bearbeitet:

> "Für eine Schule, die 1000 Schüler hat, soll ein rechteckiger Schulhof gebaut werden. Die Breite ist der Abstand des Schulgebäudes von der Straße, sie beträgt 30 m.
> Wie lang muß nun der Schulhof sein, damit jeder einzelne Schüler 3 m^2 Platz hätte?"[1]

Das Lösungsgespräch der KikS liegt als Transkript vor (S. 36-50).[2] Es handelt sich um die Aufgabe 3 des verteilten Aufgabenblattes.

Als überblickende Einschätzung des stattgefundenen Lösungsgesprächs der KikS sei gleich zu Anfang gesagt, daß die Schüler zu keiner planvollen Strategie fanden. Man muß ihre Handlungen als Folge von Zufall bestimmter Ergebnissuchen charakterisieren. Sie probten eine Vielzahl sich anbietender Rechenoperationen und versuchten die jeweiligen Ergebnisse aufgrund von "Erfahrungswerten" einzuschätzen.

Sie führten der Reihe nach folgende Rechenoperationen durch:

1) 3 m^2 · 30 (S. 39)
2) 30 · 30 (S. 40)
3) Schüler mal Breite (S. 42)
4) 1000 · 3 (S. 42)
5) 3000 : 30 (S. 43)
6) 3 · 300 (S. 47)
7) 30 · 300 (S. 50)
8) Länge gleich 100 (S. 50).

Nun könnte man annehmen, daß der gesamte Lösungsprozeß zwar mühsam und mit vielen Irrwegen versehen dennoch zum Ende ein Einsicht vermittelnder Vorgang gewesen sei. Auch dies kann aufgrund des Gesprächsmaterials nicht bestätigt werden.

---

1) Die Anregung zu dieser Aufgabe stammt aus LIETZMANN 1936, 116.

2) Diese und die in diesem Kapitel folgenden Seitenzahlen beziehen sich auf den Anhang 2 (siehe auch Fußnote auf S. 67) des Forschungsberichts I zum Projekt.

Patrizia entwirft eine Skizze. An ihr identifizieren die Schülerinnen die Breite von 30 m. Annette wirft aufgeregt ein: "Drei Quadratmeter mal dreißig .. oder net, .. Na ungefähr"(S. 39f). Patrizia antwortet: "Nee, neunzig Meter, für den ganzen Schulhof (-) is'n bißchen wenig, ne" (S. 40). Cornelia und Annette korrigieren, daß es Quadratmeter sein müßten. Sylvia schlägt "Dreißig mal dreißig" (S. 40) vor. Cornelia verwirft "das geht net" (S. 40). Patrizia zeichnet eine größere Skizze. Sylvia versucht es mit "Schüler mal Breite" (S. 41). Nun fällt Cornelia auf, daß die 1000 Schüler in ihren bisherigen Lösungsvorschlägen nicht berücksichtigt worden sind: "... da steht ja, daß jeder einzelne Schüler drei Quadratmeter Platz hatte, ne, da müsse ma also die tausend Schüler auch *irgendwie* da, mit unterkriegen" (S. 42).[1] Dies scheint eine für Schüler typische Rate-Strategie zu sein, daß alle in der Aufgabe genannten Zahlen in der Rechnung wieder auftauchen müssen.

Annette denkt an 1000 · 30 = 3000. Sie fragen sich gegenseitig, ob es 3000 Quadratmeter seien. Da wirft Patrizia ein: "Ja jetzt müsse ma jetzt müssen *wahrscheinlich* die dreitausend geteilt durch dreißig" (S. 43). Dies erscheint wie eine neue Rate-Version. Jetzt hat man ein großes Zwischenergebnis erhalten, folglich teilt man am besten mal durch eine andere große Zahl, also 30.

Aufgrund eines Rechenfehlers erhalten sie 300. Annette schätzt das Ergebnis ein. "Ja, nee, 300 m² ist der Schulhof *meinetwegen jetzt*, ne? Wir wissen noch net die Länge vom Schulhof" (S. 44). Eine kurze Diskussion über dieses Ergebnis endet mit Annettes Ausspruch, "da wiß mer immer noch net, wie lang der Schulhof is ... Das müssen wir ja ausrechnen, das ist die Frage .." (S. 46). Daraufhin fällt Patrizia ein, die unbekannte Länge als "Strecke a" zu bezeichnen (S. 46). Sie kann sich nicht durchsetzen, weil Sylvia das zuletzt erhaltene Ergebnis nun doch für möglich hält: "Das kann doch hinkommen, daß das dann die Länge ist, dreihundert Quadratmeter, weil die Breite is ja auch noch da, dreißig Meter" (S. 46f). Cornelia korrigiert: "Quadratmeter, das is innen drin, also der Raum" (S. 47). Sylvia verteidigt: "Das kann mal der Länge doch *irgendwo* hinkommen" (S. 47).

---

1) Diese und die folgenden Hervorhebungen durch Kursivschrift sind vom Autor vorgenommen, der damit darauf hinweisen will, daß die Schüler auch in der Wahl ihrer Sprache den Charakter des Zufälligen, des Ratens ausdrücken.

Es zeigt sich hier, daß die Transformationen von algebraischen zu geometrischen Sichtweisen und umgekehrt nicht beherrscht werden und eher auf zufälligen Einfällen beruhen, die sich für Schüler im Laufe der Jahre im Mathematikunterricht als Strategien bewährt zu haben scheinen. Solche Strategien lauten etwa: alle Zahlen in der Aufgabe müssen irgendwie in der Rechnung vorkommen; oder: kleine Zahlen werden miteinander multipliziert, große Zahlen werden dagegen geteilt usw.

In ihrem Lösungsgespräch scheinen sie ins Stocken zu geraten. Es fällt ihnen nichts Neues mehr ein. Sie wiederholen das letzte erbrachte Ergebnis mehrere Male, bis ihnen ihr Rechenfehler auffällt. "Nee, das kann doch gar ne hinkommen", "da kommt irgendwas mit neun raus, ne?" (S. 50). Nun ist in Sekundenschnelle der richtige Faktor gefunden "einhundert" (S. 50). Patrizia schreibt noch einen Antwortsatz in ihr Aufgabenblatt.

"Länge des Schulhofes beträgt 100 m
Breite " " " 30 m."

Eine abschließende bzw. zusammenfassende Darstellung der richtigen Lösung findet - verständlicherweise - nicht statt. Sie gehen sofort zur nächsten Aufgabe über.

Wie schon eingangs erwähnt, finden die vier Schülerinnen keine planvolle Lösungsstrategie. Es ist hier zu vermuten, daß sie keine algebraisch-didaktische Rahmung vornehmen. Es wird an keiner Stelle das Produkt $a \cdot b = 3000\ m^2$ eingebracht. Sie verweilen offenbar die ganze Zeit in einem Rahmen, der über eine Skizze eines Rechtecks zwar in gewisser Weise geometrische Elemente enthält, ansonsten wohl aber von alltäglichen Abschätzungen von Flächeninhalten und im Unterricht sich oft bewähren zu scheinenden Suchstrategien geprägt ist.

4.4.3. Die Oberfläche eines Quaders und der Term 2ab + 2bc + 2ac im Unterricht

"Ich hab jetzt ... vielleicht das Problem ich will mir einen Kasten bauen, aus Holz oder aus irgendeinem Material ... dafür ist es oft wichtig, zu wissen, wieviel Material brauche ich dabei" (81-84, S. 5).

Mit diesen Worten führt der Lehrer das Unterrichtsgespräch weiter, dessen Darstellung und Analyse durch einen Ausschnitt aus einer außerschulischen Kleingruppensitzung unterbrochen wurde. Wie aus der vorangestellten Verlaufsdarstellung der gesamten vier Einführungsstunden ersichtlich, möchte der Leh-

rer den Kommunikationsprozeß strukturieren durch die Abfolge: 1. Erstellen des allgemeinen Terms für die Oberfläche eines Quaders und 2. mehrere Beispiele der Belegung dieses Terms. Die Schüler scheinen aber die Situation als eine Aufforderung zur Oberflächenberechnung des konkret vorliegenden Papp-Quaders zu verstehen. Es ist zu vermuten, daß hier der vermutete Rahmungskonflikt zwischen Lehrer und Schüler erneut aufbricht. Die Kommunikationsprozesse zur Oberflächenformel seien deswegen eingehender analysiert.

Nachdem zuvor der Flächeninhalt eines Rechtecks durch den Ausdruck "Länge mal Breite" bestimmt wurde, glauben die zu Worte kommenden Schüler, daß jetzt die Erweiterung zum Ausdruck "Länge mal Breite mal Höhe" behandelt werden soll. Dies wäre aber das Volumen eines Quaders und nicht die gefragte Oberfläche. Dem Lehrer gelingt es, die Schüler vor einer Verfestigung dieses Gedankenganges abzuhalten. "Gehn wir nochmal zurück auf das Rechteck. Annahme die Seite a ist acht Zentimeter, die Seite b ist sieben Zentimeter ... was krieg ich dann als Fläche heraus für *dieses* Rechteck" (96-100, S. 6).

Hierdurch geht der Lehrer auf den konkreten Flächeninhalt einer Fläche des Quaders ein. Die Schüler berechnen den Inhalt und sind hierdurch wieder auf den Flächenbegriff fixiert. Den Schülern ist jetzt deutlich, daß nach der Summe der Inhalte der verschiedenen Flächen des Quaders gefragt ist. Dieses Vorgehen des Lehrers könnte man verstehen als seinen Versuch, auf von ihm erahnte Elemente der Schüler-Rahmungen einzugehen. Ganz wichtig ist dabei - wie sich zeigen wird - die Vorgabe konkreter Zahlen für die Seiten a und b. Es beginnt eine Diskussion über die Zusammensetzung der Flächen eines Quaders. Frank eröffnet sie: " Vier mal vier Vierecke" (113, S. 7).

Im folgenden zeigt sich, daß die Schüler die mathematischen Begriffe "Viereck", "Rechteck" und "Quadrat" nicht sicher beherrschen. Nachdem diese Begriffe geklärt bzw. wieder in Erinnerung gebracht worden sind (129-153, S. 8f), wird am Tisch ① der Quader aus Pappe zerlegt, und es werden die verschiedenen bzw. inhaltsgleichen Rechtecke identifiziert (183-205, S. 11f). Jetzt kann mit der Aufstellung der Oberflächenformel begonnen werden. Peter bietet sofort eine Lösung an: "die acht Zentimeter ... hier meinetwegen das hier sind jetzt acht Zentimeter und das sind sieben Zentimeter, und da ham wir das ist also eine Fläche sind sechsundfünfzig. Und hier das ist nochmal sechsundfünfzig, also ham wir schon mal hundertzwölf Zentimeter. Jetzt nimmt man hier (?) das sind drei Zentimeter und das sind sechs sieben, da hat man zwei mal einundzwanzig, und

die rechnet man dazu, und dann noch das hier ausrechnen, ich weiß jetzt nicht wieviel das ist insgesamt, und wenn man die Quadratzentimeter raus hat das wird benötigt" (207-216, S. 12f).

In Peters Äußerung wird ein "Programm" vorzunehmender Operationen für die Berechnung einer Oberfläche aufgestellt. Die Abfolge dieser Operationen vermag Peter durchaus formal zu beschreiben, wenngleich der Ausgangspunkt seiner Beschreibung die konkreten Seitenlängen des vorliegenden Papp-Quaders zu sein scheinen. Durch die zu ermittelnden Zwischenergebnisse, die Peter nicht gleich alle auszurechnen vermag, gelangt er zu der formalen Beschreibung eines "Programms".

Bei Zugrundelegung eines algebraisch-didaktischen Rahmens könnte man in Peters Äußerungen erste zaghafte Versuche der Adaption dieses Rahmens vermuten. In diesem Falle unterstellte man Peter eine Modulationsabsicht, nämlich die Absicht von einem Rahmen der konkreten Vermessung des Objekts zu einem der abstrakten Benennung der Oberflächenformel zu modulieren. An dieser Interpretation seien Zweifel geäußert, obwohl es so scheint, als interpretiere der Lehrer Peters Äußerung in diesem oder einem ähnlichen Sinne. "Peter hat uns vorgeschlagen wie wir das berechnen können wir wollen mal allgemein aufschreiben" (226/227, S. 13). Der Lehrer versucht aus Peters Äußerung den Ansatz einer "allgemeinen" Beschreibung herauszufiltern.

Dem Beobachter erscheint es aber möglich, daß Peter keine Ansätze von Rahmenmodulationen zu thematisieren versucht, sondern konsistent innerhalb eines Rahmens argumentiert. Es soll zunächst versucht werden, diesen Rahmen genauer zu beschreiben. In einem zweiten Schritt soll dann eine Vermutung angestellt werden, warum der Lehrer Peters Äußerung im oben beschriebenen Sinne mißverstanden haben könnte.

(1) Peter beschreibt eine Folge von Operationen, was man zu tun hat, um die Oberfläche eines Quaders zu bestimmen. Diese Folge wurde oben ein "Programm" genannt. Es beginnt mit dem Vermessen der Quaderseitenlängen und schreitet über mehrere Zwischenrechnungen zum Endresultat voran. In der Artikulation eines solchen Programms deutet sich eine Rahmung an, die von Tätigkeiten, "konkreten Operationen"[1] geprägt ist. Die Situation wird de-

1) Eine gewisse Ähnlichkeit zu den "konkreten Operationen" im Sinne PIAGETs ist gegeben. Aber hier soll nicht die Dualität "konkret" vs. "formal" abgehoben werden, wie es in PIAGETs Entwicklungspsychologie der Fall zu sein scheint. Hier soll auf verschiedene Rahmungen hingewiesen werden, die beide ebenso konkret wie formal-abstrakte Elemente enthalten.

finiert als eine Aufforderung zu konkreten Rechnungen. Schüler nennen diese Aufforderungen meist "Aufgabe". Sie können aus einer Schrittfolge bestehen, deren Ablauf Schüler auch mitunter formal zu beschreiben in der Lage sind.

(2) Diese hier vorliegende formale Ablaufbeschreibung hat zweifellos Ähnlichkeiten mit der Oberflächenformel 2ab + 2bc + 2ac. Terme werden aber in der Didaktik der Algebra nicht als "Befehle oder Anweisungen zum Ausführen von Tätigkeiten" (GRIESEL 1973, 145) begriffen. Terme sind Namen für reelle Zahlen. Erst das Aufsuchen des Standardnamens im Falle der Belegung eines Terms impliziert eine Tätigkeit, das sogenannte "Rechnen" (vgl. GRIESEL 1973, 145). Sobald ein Schüler konkrete Zahlen nennt, wird dies in diesem Rahmen als ein möglicher letzter Schritt des Umgangs mit Termen begriffen, dem das Aufstellen des allgemeinen Terms voranzugehen hat. In diesem Sinne einer algebraisch-didaktischen Rahmung könnte der Lehrer Peter mißverstanden haben. Der Lehrer deutet Peters Äußerung als ein Verhaftetsein auf der konkreten Ebene der Berechnung eines Standardnamens, aus der der Lehrer Peter herauszuführen gedenkt in Richtung auf eine abstrakte, algebraische Betrachtungsweise. Peter und alle anderen ähnlich Peter rahmenden Schüler können nun ihrerseits den Lehrer nicht verstehen, weil sie gemäß ihrer Rahmen ein relativ abstraktes Programm zur Berechnung von Quaderoberflächen aufgestellt haben.

Mißverständnisse auf der Grundlage dieses Rahmenkonflikts lassen sich im weiteren Stundenverlauf mehrfach nachweisen. Der Lehrer hebt in der folgenden Situation an: "wie hatten wir da Länge und Breite benannt mit welchen Buchstaben .. a und b" (236/237, S. 14). Frank ruft gleich zweimal - zwangsläufig - "a ist acht Zentimeter und b ist sieben Zentimeter" (237-239, S. 14). Der Lehrer wehrt ab: "Gut laßt uns das mal allgemein, laßt uns mal die Zahlen hier weglassen, im Moment ... Ich will insgesamt, die Fläche berechnen, das Material berechnen was ich für den Kasten brauche" (240-244, S. 14). Diese Formulierung ist gemäß der dem Lehrer zu unterstellenden, algebraisch-didaktischen Rahmung verständlich: "Im Moment" die Zahlen weglassen, die allgemeine Formel finden und später durch Belegung dieser Formel die Oberfläche des vorliegenden Quaders berechnen. Für die Schüler ist gemäß der ihnen zu unterstellenden Rahmung diese Aussage widersprüchlich. Zum einen sollen die Zahlen weggelassen werden, zum anderen soll das Material für den vorliegenden Kasten berechnet werden. Die

Widersprüchlichkeit wird noch verstärkt durch die Betonungen des Lehrers. Er betont nämlich sowohl das Wort *"Zahl"* als auch den Artikel *"den"* (Kasten).

Der Lehrer sieht sich offenbar genötigt, im weiteren Verlauf der Unterrichtskommunikation seine Rahmung massiert durchzusetzen. Wir können in der folgenden Passage den von BAUERSFELD an anderer Stelle beschriebenen Vorgang der "Handlungsverengung durch Antworterwartung" (vgl. BAUERSFELD (1978), S. 158ff) deutlich nachvollziehen.

Die Schüler haben nur noch isolierte "Aufgaben" zu erfüllen. Sie müssen zu den schon farbig unterschiedenen Rechtecken der Quaderoberfläche die Flächenformel hersagen, wobei man gemäß der unterschiedlichen Seitenlängen des Quaders zwischen drei verschiedenen Buchstaben auswählen muß (vgl. 241-291, S. 14ff).

Aber auch in dieser Passage bricht hin und wieder die den Schülern unterstellte "primäre" Rahmung durch. Als nämlich die dritte Seitenlänge "c" des Quaders benötigt wird, wird wieder nach einer Zahl verlangt: Ein Schüler meint: "das versteh ich nicht." Ein anderer sagt: "da müssen wir erst wissen wo b und c (als Zahl vorhanden) ist" und Jutta bemerkt: "Wir müssen Zahlen hinschreiben" (275/278, S. 16). Der Lehrer antwortet: "Ja gut, machen wir, lassen wirs mal mit unbekannten Zahlen jetzt ohne daß wirs genau wissen" (276-278, S. 16). Diese Antwort muß für die Schüler nahezu mysteriös klingen. Von dem beobachteten Tisch (1) wissen wir auch, daß er sich bis zum Ende der Stunde aus dem offiziellen Unterrichtsgespräch abkapselt.

4.4.4. Thematisierung des vermuteten Rahmenkonflikts im Unterricht

Es soll hier auf die Darstellung der systematischen Durchsicht der Transkripte auf einen solchen Rahmenkonflikt verzichtet werden. Es sollen noch zwei Fälle aufgezeigt werden. Dieser in der Unterrichtskommunikation latent schwelende Konflikt[1] tritt an der zuerst darzustellenden Passage nahezu manifest an die Oberfläche, und in dem zweiten hier zur Sprache kommenden Unterrichtsabschnitt wird er "öffentlich" thematisiert.

1) Im Sinne von OEVERMANN u.a. könnte man von dem Konflikt zwei aufeinanderprallender "latenter Sinnstrukturen" sprechen (vgl. OEVERMANN u.a. in AUWÄRTER u.a. 1976).

(1) Es geht um eine Vereinfachung des Terms $9x + 2 \cdot 6$ (S. 36f). Der Lehrer denkt gemäß einer algebraisch-didaktischen Rahmung daran, numerische Teilterme soweit wie möglich zusammenzufassen, also den Term $9x + 2 \cdot 6$ zu $9x + 12$ zu vereinfachen. Diese Möglichkeit der Vereinfachung sehen die Schüler auch, aber erst an zweiter Stelle und unter einem anderen Blickwinkel. Der Term $9x + 2 \cdot 6$ entstammt dem in der Stunde vom 30.09.1981 verteilten Arbeitsblatt (vgl. S. 40b). Er gibt die "Gesamtkosten" des Jahrmarkbesuchers "Gerd" an, der x Karten zu 9 DM und zwei Karten zu 6 DM kauft. Im zweiten Teil der Aufgabe wird angegeben, daß als Belegung $x = 4$ vorzunehmen ist. Unterstellt man bei den Schülern eine Rahmung im Sinne des oben so benannten "Programms", so hat man zuerst $9 \cdot 4$ auszurechnen, dann $2 \cdot 6$ und diese Zwischenergebnisse zu addieren. Anita äußert sich auch in dieser Weise: "und zwar daß man vielleicht neun mal x ausrechnet und zwei mal sechs und dann (unverständlich)" (298/299, S. 36).

Der Lehrer muß zwangsläufig gemäß der ihm zu unterstellenden Rahmung darauf bestehen, daß $9 \cdot x$ nicht weiter vereinfacht werden kann: "Ja können wir neun mal x vereinfachen noch Michaela" (300, S. 37). Michaela wiederum ihrer Rahmung gemäß: "neun mal vier" (301, S. 37), worauf der Lehrer wieder abwiegeln muß: "gut wenn wir vier einsetzen aber wenn wir das nun hierbei belassen" (301/302, S. 37). Dieses Hin und Her zwischen zwei verschiedenen Rahmungen scheint unbegrenzt fortführbar. Die unterschiedlichen Rahmungen prallen sogar noch härter gegeneinander, weil der Lehrer bei einem Tafelanschrieb in dieser Situation den "Malpunkt" zwischen $9 \cdot x$ fortläßt. Dieser Punkt kann vereinbarungsgemäß im algebraisch-didaktischen Rahmen wegfallen, da 9x als Term und nicht als "Rechenaufgabe" verstanden wird. Für Schüler, die in "Termen" eine Aufforderung zu einem Programm von Operationen sehen, bedeutet der Fortfall des Malpunktes der Verzicht auf die in diesem Term implizierten Tätigkeiten (vgl. S. 37).

(2) Es soll jetzt die öffentlich vorgetragene Kritik von Schülern an dem Vorgehen des Lehrers dargestellt und analysiert werden. Sie schließt sich an den Unterrichtsabschnitt über die Erstellung der Formeln für die Kantenlänge von Quadern an (vgl. S. 50ff).

Sowohl Frank als auch Patrizia beschreiben angemessen, welche Folge von Operationen man einzuhalten habe, wenn man die Kantenlänge eines Würfels berechnen will. Es sei an dieser Stelle nur hingewiesen auf die große

Übereinstimmung in den Formulierungen, die von Peter gewählt worden sind im Zusammenhang mit der Bestimmung der Oberflächenformel eines Quaders einerseits und an dieser Stelle von Patrizia und Frank im Zusammenhang mit der Bestimmung der Kantenlängenformel von Quadern andererseits (vgl. Peter: 206-216, S. 12f, Patrizia: 15-19, S. 50 und Frank: 24-29, S. 51).

Der Lehrer - so scheint es - erwartete aber andere Antworten. Er wollte über mögliche Begründungen zwei Terme erstellen 4a + 4a + 4a und 12a. Beide geben die Kantenlänge eines Würfels an. Schon während dieser Passage wird am Tisch (1) kritisiert: "Zwölf a, oh ich geh kaputt. Immer erst hunderttausend Schritte drumrum bis er's mal kapiert" (54/55, S. 52). Interessant ist, daß Frank sich vom Lehrer nicht verstanden zu fühlen scheint. Denn er sagt über den Lehrer, daß dieser es nicht "kapiere". Man steht als Beobachter gleichsam vor vertauschten Rollen zwischen Lehrer und Schüler. Dieses Phänomen kann aber als weiteres Indiz für den zu unterstellenden Rahmenkonflikt gewertet werden. Es besteht offenbar aufgrund der Verwendung unterschiedlicher Rahmen keine Einigkeit über das zu erreichende Lehr-Lern-Ziel. Während die Schüler meinen, daß die Aufgabe schon längst gelöst sei, also das Lern-Ziel erreicht sei, hat für den Lehrer der intendierte Prozeß auf ein Lehrziel hin im wesentlichen noch gar nicht begonnen.

Noch deutlicher wird dies in der Kritik Martinas: "So wie Sie das jetzt da alles ausführen, so bringen Sie uns nur durcheinander. wenn Sie gleich die Zahlen hinschreiben, dann kapieren wir das viel schneller als wenn Sie hundertfünfzigtausend Umwegen noch machen" (105-109, S. 55). Martina erhält Applaus von ihren Mitschülern. Der Lehrer antwortet darauf: "es geht ja *ganz* dadrum, daß wir das unabhängig von den verschiedenen Zahlen die wesentlichen Sachen dort dran erkennen. und daß wir dann durch Einsetzen von Zahlen, ebenfalls alle Möglichkeiten durchrechnen können ..." (112-115, S. 55). "Trotzdem ist das Scheiße, ooh" (115, S. 55). ist Martinas Antwort.

Obwohl die Auseinandersetzung noch ein paar Sätze weitergeht, soll die Analyse hier abgebrochen werden. Es kommt zu keinem gegenseitigen Verständnis, der Lehrer geht im Stoff weiter. Wir meinen, daß sich in dieser wiedergegebenen öffentlichen Kontroverse der eingangs vermutete, sich über weitere Stationen der Analyse konkretisierende Rahmenkonflikt bestätigt

hat. Er kann darüber hinaus in der außerschulischen Kleingruppe erneut aufgezeigt werden, wenn man sich am Ende der Sitzung das Gespräch zu Aufgabe 1 vergegenwärtigt (vgl. dort S. 69ff). Auch dort sind keine Zeichen von Modulationen hin zu einem algebraisch-didaktischen Rahmen auszumachen.

4.4.5. Abschließende Bemerkungen zur Analyse

Aufgrund der vorgenommenen Analysen erscheint die Kommunikation im Unterricht als von einem Rahmungskonflikt überschattet, der von allen Betroffenen zum Zeitpunkt des Unterrichts in dem dargestellten Ausmaß nicht erkannt wurde.

Weiterhin soll ausdrücklich betont werden, daß in vielen Gesprächen mit dem Lehrer vor und nach dem Unterricht von ihm Unzufriedenheit über die erzielten Lernerfolge bei den Schülern geäußert wurde. Er wußte oft keinen anderen Rat, als einfach weiterzumachen und zu versuchen, die didaktische Konzeption des eingeführten Mathematikbuchs - soweit es in seinen Kräften stand - zu verwirklichen. Ihm können keine Vorwürfe gemacht werden. Auch der Beobachter konnte zum Zeitpunkt der Beobachtung oft keinen besseren Rat geben.

Dies liegt sicherlich mit darin begründet, daß Analysen dieser Art noch viel zu selten gemacht und veröffentlicht worden sind, so daß weder der Lehrer noch der Beobachter aus der Kenntnis solcher Analysen über erweiterte Repertoires alternativer Handlungsstrategien verfügten. Zu späteren Zeitpunkten der Untersuchungsphase sind erste, vorsichtige Strategien entwickelt worden, auf die in noch folgenden Berichten einzugehen sein wird. An dieser Stelle lassen sich nur unter größter Zurückhaltung Schlüsse ziehen.

(1) Es lassen sich Zweifel äußern, ob geometrische Veranschaulichungen unbedingt geeignet sind zur Einführung in das Kapitel der Termumformungen. Diese Zweifel können sich nur auf das genannte Unterrichtsgebiet und auf die Einführungsphase beziehen. Denn der dargestellte Konflikt beinhaltet zumindest einen Rahmen, der unmittelbar auf der Algebra der Termumformungen fußte, und zum anderen ging es in diesen dargestellten Situationen um die Einführung des Unterrichtsgebietes, in dem wesentliche Begriffe der Algebra der Termumformungen vorgestellt wurden.

(2) Die dargestellten Veranschaulichungen kann man auffassen als die Exemplifizierung von Spezialfällen allgemeiner, algebraischer Strukturen. Die vorzunehmenden Handlungen sind von der Art des "logischen Arbeitens" bzw.

des "Spezialisierens". Diese beiden Tätigkeiten stellen typische Vorgehensweisen in der Mathematik dar. Es kann somit auftreten, daß einige Mathematiker bei der Verwendung geometrischer Veranschaulichungen im Zusammenhang mit Termen gar nicht in einen anderen, etwa "geometrisch-schulmathematisch" zu nennenden Rahmen modulieren, sondern konsistent einen algebraisch-didaktischen Rahmen beibehalten. Derartiges Festhalten an einer algebraisch-didaktischen Rahmung wurde dem beobachteten Lehrer auch in mehreren Unterrichtssituationen unterstellt. Vielleicht macht aber auch die Subsumierung von geometrischen Problemen unter einen algebraisch-didaktischen Rahmen die Faszination geometrischer Veranschaulichungen in der Didaktik der Termumformungen aus.

(3) Man steht vor einem nicht eindeutig lösbaren Problem, wendet man sich der Frage zu, welche Leistungen von den Schülern erwartet werden, wenn man bei einem solchen Stoff auf geometrische Veranschaulichungen zurückgreift. Für den Fall, daß man sie als Exemplifizierung von Termen versteht und somit konsistent "algebraisch" argumentiert, hätten die Schüler vor allem Leistungen des Abstrahierens und Verallgemeinerns zu vollbringen. Diesen Fall kann man einer Mehrzahl der beobachteten Schüler nicht unterstellen. Diese Schüler begegnen algebraischen Strukturen von solcher allgemeinen Art tatsächlich wohl zum ersten Male in der Unterrichtseinheit über Termumformungen. Es kann aber zu großen Verständnisschwierigkeiten zwischen Schülern und Lehrer kommen, wenn letzterer die beschriebene Rahmung dennoch an einigen Stellen vornimmt. Denn er, der Lehrer, ist ein Kenner von algebraischen Strukturen.

Unterstellt man, daß die geometrischen Veranschaulichungen von Termen zunächst von den Schülern in einem geometrisch-schulmathematischen Rahmen interpretiert werden, dann bestehen ihre zu vollbringenden Leistungen auf der Grundlage dieses dann als primär anzusehenden Rahmens, in dem Aufbau eines neuen Rahmens durch Modulation. In diesem Fall müßte man eine "Transformationsliste" angeben können, die anzeigt, wie ein "primär" geometrischer Begriff in einen algebraischen transformiert wird. Zum Beispiel müßte in einer solchen Liste aufgeführt sein, wie der geometrisch interpretierte Flächeninhalt "Länge mal Breite" in die algebraische Struktur eines Produkts "$a \cdot b$" übergeht.

(4) Der hier so benannte "geometrisch-schulmathematische" Rahmen verwendet den Begriff nicht im "elementar-geometrischen" Sinne. Denn zum einen stellen die dargestellten Veranschaulichungen keine elementar-geometrischen dar. Sie beziehen sich nicht auf die Geometrie der Ebene, wenn auch im Unterricht nur Probleme auftauchen, die in der Ebene gelöst werden können (Oberfläche und Kantenlänge, aber nicht Volumen). Der Begriff soll hier abheben auf eine weitere mögliche und auch mathematisch vertretbare Rahmung, die von der algebraischen abweicht.

(5) Beide genannten Rahmen (algebraisch-didaktisch, geometrisch schulmathematisch) stellen mathematische Rahmungen dar. Die bei Schülern beobachteten Rahmungen scheinen aber anderer Natur zu sein. Ihre Rahmungen beziehen den "Alltag des Mathematikunterrichts" mit ein. Wichtiges Element stellt dabei die Interpretation der Unterrichtssituation als an sie gestellte "Aufgabe" dar. Ihre Rahmungen sind geprägt von Handlungen, die zu einem schnellen und sichtbaren Ergebnis führen. Diese Rahmungen scheinen weniger über (mathematisches) Begründen und Argumentieren sinnvolle Handlungen zu ermöglichen.

Obwohl über diese Rahmungen zum jetzigen Zeitpunkt der Analyse nichts Abschließendes gesagt werden kann, scheint die innere Festigkeit und das konstante Auftreten solcher Rahmungen in den Kommunikationsprozessen unter den Schülern vor allem in denen der KikS begründet zu sein.

(6) Dieser einigen Schülern unterstellte Rahmen soll hier kurz als "alltagsgeometrischer" Rahmen für Terme charakterisiert werden. Er soll auf die enge Bindung dieses Rahmens an die spezifischen Kommunikationsprozesse im *Mathematikunterricht* hinweisen. "Alltags-geometrisch" ist dieser Rahmen, weil er an geometrische Fragestellungen gebunden ist. Diese Fragestellungen werden in diesem Rahmen aber nicht im mathematischen Sinne von "Geometrie" verstanden, sondern eher in einem "alltäglichen" Sinne. Dies soll besagen, daß es um das Deuten und Verstehen von Vorgängen des Messens und Berechnens von Flächen und Umfängen usw. geht, und zwar auf der Grundlage von Alltagspraxis und nicht auf der Grundlage einer axiomatisch begründeten Geometrie.

4.5. Umgang mit Variablen und Termen

a) Neben der Behandlung von Termen im Zusammenhang mit geometrischen Veranschaulichungen gibt es in diesen vier Einführungsstunden noch einen Umgang mit Termen und Variablen, der sich lediglich auf den technischen Vorgang der "Belegung der Variablen in Termen" bezieht, wenn man zu seiner Beschreibung einen algebraischen Rahmen heranzieht. Es handelt sich also nicht um die Belegungs-Problematik, die oben in den verschiedenen Rahmen der geometrischen Beispiele besprochen wurde. Es geht vielmehr um "Übungsphasen", in denen in einer Vielzahl von Aufgaben die Variablen von Termen belegt und die Werte berechnet wurden.

Diese Phasen stehen wohl auch bei "alltags-geometrischer" Rahmung meist nur in einem lockeren Zusammenhang zu den oben behandelten Unterrichtsabschnitten der geometrischen Veranschaulichung. Die über die Aufgabenstellung formulierten Handlungserwartungen können meist in diesen Situationen des Übens erkannt und ausgeführt werden. Es wird vermutet, daß einige Schüler diese Aufgaben in einen Rahmen modulieren, der hier kurz "algorithmisch-mechanisch" genannt werden soll. Dies soll ein Rahmen sein, der Aufgaben nach dem zu verwendenden Lösungsweg klassifiziert und die inhaltlichen Fragestellungen ignoriert.

b) In diesem Kapitel sollen des weiteren Unterrichtspassagen dargestellt und analysiert werden, in denen die Äquivalenz von Termen behandelt wird. In einem algebraisch-didaktischen Rahmen heißen Terme "äquivalent", wenn bei jeder gleichen Belegung der Variablen dieser Terme sich der gleiche Wert ergibt. Zu Anfang dieses Kapitels sollen die Unterrichtsabschnitte angesprochen werden, in denen explizit der Begriff des Terms definiert wird.

4.5.1. Definition des Begriffs "Term" im Unterricht

Es sind in den hier zur Analyse ausgewählten vier Einführungsstunden zwei Stellen expliziter Definitionsversuche zu dem Begriff des Terms zu finden.

(1) Das Gespräch über die Oberflächenformel eines Quaders (30.09.80) wird abgeschlossen, indem der Lehrer sagt: "ihr habt gestern gefragt, was heißtn Term, ich hatte ja gesagt wir wollen uns um Termümformungen kümmern ... und dieses dieser Ausdruck den wir hier oben stehen haben diese Formel ... die nennen wir Term' das ist ein .. son Rechenausdruck, oder so ne Zeile,

aus was besteht die' Könnt ihr das mal versuchen rauszufinden" (134-139, S. 28). Mehrere Schüler finden heraus, daß Buchstaben, Zahlen und Rechenzeichen einen Term ausmachen. Der Lehrer faßt zusammen: "... also solche Ausdrücke, die zusammengesetzt sind aus, Buchstaben Zahlen und Rechenzeichen die nennen wir Terme ... bei so Termen da ham wir nicht die Gleichheitszeichen dazwischen und vom Ergebnis auf der rechten Seite sondern, diesen Ausdruck wie wirn hier stehen haben ... ohne Rechenzeichen das issn Term" (141-146, S. 29). Anschließend verteilt er das Arbeitsblatt vom Jahrmarkt.

Der Lehrer will in dieser Zusammenfassung - wie es scheint - auf den Unterschied von Gleichung und Term hinweisen. Er hebt deutlich den *syntaktischen* Charakter des Termbegriffs hervor. Denn was ein Term *bedeuten* kann, z.B. die Oberfläche eines Quaders, wird hier explizit nicht angesprochen, wenngleich das zur Verfügung stehende Beispiel eines Terms die zuvor erarbeitete Oberflächenformel ist (vgl. WALSCH 1972, 387).

(2) Noch in derselben Stunde wird auf diese syntaktische Definition noch einmal eingegangen, in der gemeinsamen Besprechung der Gruppenergebnisse zu dem Arbeitsblatt über den Jahrmarkt. An der Tafel stehen alle zu erstellenden Terme des Arbeitsblattes (vgl. S. 32). Die erste Gruppe der Terme gibt die Gesamtkosten eines Jahrmarktbesuchs an, wenn jeweils nur eine Schaubude besucht wird, diese aber mehrere Male, und ein Eintritt von 50 Pf zu entrichten ist. Für eine Person namens Freddy entstehen folgende Kosten: $x \cdot 30\ Pf + 50\ Pf$.

Bei der Diskussion zu diesem Term bemerkt der Lehrer, daß eine "allgemeine Form" herausgefunden worden sei (vgl. 222/223, S. 33). Peter und Annette wollen für die Variable x Zahlen einsetzen (vgl. 224/225, S. 33). Der Lehrer antwortet darauf: "Das könnte man versuchen wenn man das weiß, aber, bitte, wenn ihr diesen Term habt dann schreibt nicht en Gleichheitszeichen dahinter, und setzt irgendwelche Zahlen ein das nicht machen, so en Term der bleibt für sich, stehen und dann können wir, dann werden wir schon sehen was wir mit dem machen können" (225-231, S. 33).

Ob die Bemerkungen von Peter und Annette bezüglich der Belegung der Variable x als Anzeichen für eine Modulation in einen "alltags-geometrischen" Rahmen gewertet werden können, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden. Da dieser Rahmen von *alltags-geometrischen* Inhalten geprägt ist, wäre auf der Grundlage dieses Gesprächsabschnitts die Annahme einer derartigen Modulation voreilig. Es soll vielmehr ein anderer Gesichtspunkt betont werden. Dieser Term x · 30 Pf + 50 Pf ist durch Angabe der Größen "Pfennig" schon formal gesehen kein syntaktisches Gebilde. Er stellt die Gesamtkosten für eine ganz bestimmte Weise des Jahrmarktbesuchs dar. In dieser inhaltlichen Bestimmtheit des Terms mag eher der Grund für die Vorschläge zu seiner Belegung durch Peter und Annette liegen: es scheint für sie interessant, eine Vorstellung von der Größenordnung der Gesamtkosten zu erhalten.

Der Lehrer wehrt diese Vorschläge von Peter und Annette grundsätzlich nicht ab. Aber er betont im selben Atemzug, daß so ein Term "für sich stehen" bleibe, also zunächst keine Bedeutung haben solle, sondern lediglich als Zeichenreihe verstanden werden solle. Später - so deutet er an - werde dieser Zeichenreihe wieder eine neue Bedeutung zugemessen.

Man hat den Eindruck, als ließe der Lehrer die Schüler "auflaufen" (und dies nicht nur in dieser Passage). Oder eine Vielzahl von bedeutungshaltigen Beispielen zu Termen bietet er Möglichkeiten an zu einer inhaltsreichen, auch alltägliche Erfahrungsbestände einbeziehenden Rahmung.[1] Kaum hat der Schüler aber zu einer solchen Rahmung gefunden, dann wird sie wieder hinfällig, da der Lehrer nur noch scheinbar syntaktische Aspekte der gerahmten Begriffe hervorhebt.

Für den Lehrer muß die Hervorhebung syntaktischer Aspekte aber nicht einhergehen mit einer Reduktion auf diesen syntaktischen, inhaltsfreien Begriff. In einem algebraisch-didaktischen Rahmen findet eine derartige syntaktische Begriffsbildung ihren Platz und dennoch impliziert sie "al-

---

1) Es sei hier zusätzlich an das Mißverständnis zur Formel des Flächeninhalts eines Rechtecks erinnert ("Länge mal Breite" vs. "a · b"). Dort wurde von einer möglichen Rahmung gesprochen, die vom alltäglichen Bild eines Rechtecks geprägt ist. Bei der Oberflächenbestimmung des Quaders spricht der Lehrer von dem "Material" bzw. "Holz", das zur Erstellung eines "Kastens" benötigt wird. Und auch bei den Gesprächen zur Kantenlänge von Würfel und Quader werden Attribuierungen von alltäglichen Erfahrungsbeständen forciert, als von der "Länge des Drahtes" die Rede ist.

gebraische" Bedeutungen. Das obige Zitat des Lehrers weist deutlich darauf hin, daß er diesem Begriff durchaus Bedeutung zuzuweisen vermag. Es ist eine Bedeutung, die sich aus einer algebraisch-didaktischen Rahmung ergibt. Diese Bedeutung steht den Schülern aber (noch) nicht zur Verfügung, da die Unterrichtseinheit über Termumformungen innerhalb des gesamten Mathematik-Schulcurriculums die Schüler systematisch zum ersten Mal mit einem algebraisch-didaktischen Rahmen konfrontiert.

Somit müssen die Schüler die Vielzahl im Unterricht gebotener "Anwendungsbeispiele" für eine algebraisch-didaktische Rahmung in andere Rahmen modulieren. Auf eine mögliche Modulation soll hier hingewiesen werden. Sie können Anstrengungen zu einer "algorithmisch-mechanischen" Rahmung unternehmen, indem sie nach schematischen Lösungswegen suchen, mit denen ein gewisser "Typ von Aufgabe" erfolgreich behandelt werden kann, gleich welcher Inhalt in den jeweiligen Aufgaben angesprochen wird. Unter Inhalt sollen hier auch "mathematische Inhalte" verstanden werden.

4.5.2. Belegung der Variablen von Termen

Es soll hier nochmals betont werden, daß auf den eher "technisch" zu nennenden Aspekt des Belegens der Variablen beliebig vorgegebener Terme eingegangen werden soll. Die im folgenden auftretenden Terme stehen meist tabellenartig zusammengefaßt im Mathematikbuch (vgl. z.B. S. 38 der Unterrichtstranskripte). Sie werden meist als Hausaufgabe gestellt und in der dann folgenden Mathematikstunde gleich zu Anfang besprochen. Aufgrund der vorgenommenen Beschränkungen der Analyse auf das Datenmaterial der ersten vier Stunden der Unterrichtseinheit lassen sich drei derartige Phasen der Hausaufgabenbesprechung finden (vgl. S. 21, 41, 58, 75 der Unterrichtstranskripte). Alle drei Phasen laufen nach einer stereotypen Handlungsfolge ab.

(1) Der Lehrer ruft einen Schüler auf.

(2) Der Schüler liest die Aufgabe und seine Lösung vor.

(3a) Ist die Lösung richtig, ruft der Lehrer einen Schüler für die nächste Aufgabe auf.

(3b) Ist die Lösung falsch, entsteht meist große Unruhe unter den Schülern. Sie rufen ihre jeweiligen Lösungen. Meist bespricht der Lehrer diese falsch gelöste Aufgabe dann an der Tafel (vgl. hierzu die Besprechung der Hausaufgabe $x + x \cdot 8$ auf S. 43f der Unterrichtstranskripte).

In diesen Phasen werden die "technischen" Probleme erörtert, wie z.B. das "richtige Einsetzen" bei mehreren Variablen oder das "richtige Ausrechnen" komplizierter, numerischer Ausdrücke. Die stereotype Handlungsfolge läuft meist in einem reibungsarmen Kommunikationsprozeß ab.

4.5.3. Äquivalenz von Termen im Unterricht und einer außerschulischen Kleingruppensitzung

Obwohl die Äquivalenz von Termen ein zentrales Konstrukt in der Algebra der Termumformungen darstellt, wird es in den vier Einführungsstunden kaum besprochen. Ein Grund mag vielleicht darin liegen, daß unter einem "technischen" Aspekt, nämlich gewisse Termumformungsregeln relativ sicher und angemessen anwenden zu können, die Vorstellung von äquivalenten Termen nicht unbedingt benötigt wird.

Zur Erinnerung: 1. Zwei Terme heißen äquivalent, wenn bei *jeder* Belegung der Variablen mit einer reellen Zahl beide Terme jeweils den gleichen Wert haben. 2. Termumformung heißt, einen Term in einen äquivalenten Term zu überführen.

Dieser "technische" Vorgang der Termumformung wird aber meist verstanden als das Aufstellen einer in $\mathbb{R}$ allgemeingültigen Gleichung. Z.B. argumentiert man meist nicht: Die Terme $2(a + b)$ und $2a + 2b$ sind äquivalent, weil sich bei jeder Belegung derselbe Wert ergibt. Man argumentiert zweckmäßiger: Die Gleichung $2(a + b) = 2a + 2b$ ist über $\mathbb{R}$ allgemeingültig, weil das in $\mathbb{R}$ geltende Distributivgesetz angewendet worden ist.

Während in der ersten Auflage des Schulbuchs "Mathematik heute 8" diese Zusammenhänge noch ausführlich erwähnt werden, wird in der zweiten Auflage, die auch in der beobachteten Klasse benutzt wurde, eine Mischform dieser beiden Argumentationen gewählt. Es heißt dort: "Bei einer *Termumformung* wird ein Term in einen *gleichwertigen* (äquivalenten) umgeformt. Man verbindet beide Terme durch ein Gleichheitszeichen. Für jede Einsetzung erhält man links und rechts vom Gleichheitszeichen denselben Wert" (ATHEN/GRIESEL/SPROCKHOFF 1980, 10; Hervorhebungen im Original).

(1) Im Unterricht wird die Äquivalenz von Termen in der Stunde vom 03.10.80 im Zusammenhang mit der Hausaufgabenbesprechung thematisiert. Es geht um folgende tabellenartig angelegte Aufgabe.

"Die 25 Schüler einer Klasse planen einen Ausflug. Die Fahrtkosten a und die Verpflegungskosten b für jeden Schüler werden veranschlagt.

a	b	25 · a	25 · b	25 · a + 25 · b	a + b	25 · (a + b)
3	8					
12	6					
2,40	5					
8	7,50					
0	8,20					

."

(Aufgabe 13, S. 13 im Mathematikbuch)

Der inhaltliche Bezug wird in der Besprechung überhaupt nicht erwähnt. Nach der Besprechung aller Ergebnisse der Tabelle fragt der Lehrer: "Vergleicht die Ergebnisse, die in den Spalten stehen' ... vielleicht habt ihr was Besonderes raus, Jutta'". Jutta antwortet: "Also bei der dritten und bei der fünften da kommt immer dasselbe Ergebnis raus, das ist durch nen andern Rechenweg also anders hingeschrieben" (23-27, S. 61). Auch Stefan bemerkt: "Ist ja auch praktisch der gleiche Rechenweg . ist ja egal ob wir jetzt stand in der Regel, eh in dem Rechenbuch, ob wir jetzt fünfundzwanzig mal a plus fünfundzwanzig mal b nehmen, oder eh, eben fünfundzwanzig mal und dann in *Klammern* a und b" (29-32, S. 61). Der Lehrer antwortet: "Der Rechnweg ist unterschiedlich . das ist ja anders ob wir hier erst die Klammer ausrechnen' .. was gleich ist, und was du wahrscheinlich meinst ist das Ergebnis, wir können also, das auf zwei verschiedene Wege rechnen" (33-36, S. 61).

Hervorgehoben sei die Sprechweise Stefans, die Termini des Operierens bevorzugt: die beiden Terme seien äquivalent, weil sie "praktisch der gleiche Rechenweg sind". Term wird hier verstanden als eine "Aufgabe", eine Aufforderung, gewisse Tätigkeiten vorzunehmen.

(2) Auch in der außerschulischen Kleingruppensitzung mit den Schülerinnen Cornelia, Sylvia, Annette und Patrizia sind Fragen zur Äquivalenz von Termen gestellt worden, und zwar in den Aufgaben 1 und 2. Unter dem hier interessierenden "technischen" Aspekt der Belegung kann man sich auf die Aufgabe 2 konzentrieren.

Es werden jeweils fünf Aufgaben zu den äquivalenten Termen $x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z$ und $(x \cdot 10 + y) \cdot 10 + z$ gestellt. Dabei wurde paarweise dieselbe Belegung gewählt, z.B. für den ersten Term: $5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3$ und für den zweiten Term entsprechend: $(5 \cdot 10 + 4) \cdot 10 + 3$.

Die Schülerinnen rechneten diese insgesamt zehn Aufgaben der Reihe nach durch, ohne die Äquivalenz der zugrundeliegenden Terme zu bemerken. Sie verloren auch kein Wort darüber, daß bei jeweils fünf Aufgaben Belegungen nur eines Terms vorlagen.

Bei der Aufgabe zum Term $x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z$ waren sie vor allem beschäftigt, 10^2 richtig zu berechnen. Patrizia war anfänglich der Meinung, daß 10^2 dasselbe wie $2 \cdot 10$ sei. Cornelia verbesserte: "zehn mal zehn mußte rechnen, guck mal wenn de jetzt zehn hoch zwei hast, ne dann mußte die zehn zweimal hinschreiben. Zehn mal zwei eh zehn mal zehn. Ja. Wenn de jetzt (...) (noch) hast dann ist zehn hoch zwei zehn mal zehn, und das sind hundert bei mir" (S. 25f).

Diese Beschreibung läßt einen algorithmisch-mechanischen Rahmen erkennen: 10^2, da muß man die 10 zweimal hinschreiben, einen "Malpunkt" dazwischen machen und dann ausrechnen. Man hat den Eindruck, als rahmten die Schülerinnen die gesamten zehn gestellten Rahmen in dieser Weise: Man fange links am Anfang der Zeile an und arbeite sich Rechenzeichen für Rechenzeichen voran (vgl. das gesamte Gespräch auf den Seiten 26 bis 32). Irgendwelche Zusammenhänge zwischen den Aufgaben werden für unwesentlich gehalten, möglicherweise gar nicht erkannt.

Es muß erwähnt werden, daß die Aufgabenstellung eine derartige Rahmung nahelegt. Es wird im ersten Teil der Aufgabe keinerlei Hinweis gegeben, der zu einer Modulation hätte veranlassen können. Zumindest scheint nach Behandlung der zehn Aufgaben ein algorithmisch-mechanischer Rahmen fest etabliert zu sein.

Als im letzten Abschnitt des gesamten Aufgabenkomplexes nach einer "Begründung" für die vermutete Äquivalenz der beiden Terme gefragt wird, können die Schüler offenbar keine Vorstellung davon entwickeln, was bei der gestellten Frage als Antwort erwartet werden könnte. Patrizia fällt ihr anfängliches Verständnisproblem zu 10^2 ein. Da durch das "Ausklammern" der 10 im Term $(x \cdot 10 + y) \cdot 10 + z$ keine 10^2 mehr auftaucht, schreibt sie - offenbar etwas hilflos - als Antwort: "zehn hoch zwei bedeutet auch gleichzeitig hundert" (S. 35).

4.6. Abschließende Bemerkungen zu den vier Einführungsstunden

(1) In den Analysen wurden vier Rahmen eruiert und zur Interpretation herangezogen. Es handelt sich um einen sogenannten

i "algebraisch-didaktischen" Rahmen für Terme,
ii "geometrisch-schulmathematischen" Rahmen für Terme,
iii "alltags-geometrischen" Rahmen für Terme und
iv "algorithmisch-mechanischen" Rahmen für Terme.

Es scheint angebracht, diese vier Rahmen abschließend gegenüberzustellen.

i Unter einem "algebraisch-didaktischen" Rahmen für Terme ist die mathematik-didaktisch aufbereitete Algebra der Terme und Termumformungen zu verstehen. In ihm sind in mathematisch abgesicherter Weise die Begriffe "Term", "Termumformung", "Äquivalenz" von Termen usw. definiert und die mathematischen Zusammenhänge zwischen diesen Begriffen aufgewiesen. Unter den Beteiligten des beobachteten Mathematikunterrichts kennen bzw. beherrschen diesen Rahmen der Lehrer (und der Beobachter, der hier nicht weiter interessieren soll).

ii Der "geometrisch-schulmathematische" Rahmen für Terme beinhaltet derartige mathematische Theoriestücke, die benötigt werden, um aus geometrischen Problemstellungen algebraische Terme zu gewinnen. Die Verbindung zum algebraischen Rahmen ist daher eng und fließend. Er erhält seine Eigenständigkeit dadurch, weil in ihm angenommen wird, daß geeignete geometrische Probleme von Schülern gemäß dieses Rahmens gedeutet werden können auch ohne die Kenntnis eines algebraischen Rahmens. Dieser geometrisch-schulmathematische enthält also eine unterrichtsmethodische Dimension.

iii Der sogenannte "alltags-geometrische" Rahmen für Terme ist schwieriger zu beschreiben, da er nicht den gleichen Öffentlichkeitscharakter besitzt wie die beiden obengenannten Rahmen. Er beruht einerseits auf den Erfahrungen, die Schüler in den Kommunikationssituationen des erlebten Mathematikunterrichts machen und der sich vor allem stabilisiert in den Kommunikationsprozessen innerhalb von Schülergruppierungen. Er ist ein Rahmen für den Schüler-Alltag im Mathematikunterricht. Andererseits ist dieser Rahmen auch inhaltlich bestimmt. Er bezieht

sich auf geo- und stereometrische Objekte, die auch im außerschulischen Alltag in Form konkreter Gegenstände vorhanden sind. Auf diese Weise fußt der Rahmen auf aktualisierbaren Erfahrungen des außerschulischen Alltags von Schülern. Dies mag auch mit ein Grund für seine Tätigkeitsorientierung sein.

Dieser Rahmen verfügt aber auch über formale, "abstrakte" Beschreibungsmodi. Dies können z.B. die beobachteten "Programme" sein, die eine Folge zu verrichtender Operationen festlegen, um eine gewisse "Aufgabe" zu bestimmen.

iv Ein "algorithmisch-mechanischer" Rahmen ist von allen hier genannten Rahmen der inhaltsneutralste. Dennoch ist auch er an die spezifischen Kommunikationsprozesse des Mathematikunterrichts gebunden. Er fußt auf den Erfahrungen, daß im Mathematikunterricht eine Vielzahl von Aufgaben gestellt werden, zu deren Bewältigung "Techniken" beherrscht werden müssen. Diese Techniken sind mathematischen Ursprungs (deswegen die Bezeichnung: "algorithmisch"). In diesem Rahmen wird jedwede Problemstellung zu einer "Rechenaufgabe", wie z.B. eine "Malaufgabe", wenn an einer Stelle des Problems eine Multiplikation auftritt.

(2) Es soll an einem fiktiv zu verstehenden Beispiel das Wirken und Ineinandergreifen solcher Rahmungen verdeutlicht werden.

Der Lehrer hält ein Papp-Rechteck in die Höhe und sagt: "Schaut euch das mal genau an, was ist das für eine Figur?"

Dieses Papp-Rechteck mit der dazu gestellten Frage des Lehrers stellt ein Informationselement dar, das von Lehrer und Schülern wahrgenommen wird. Durch das Definieren dieser Situation wird gleichzeitig eine Rahmung vorgenommen, so daß aus der Situation eine rahmenspezifisch "sinnvolle" Situation wird. Das Informationselement wird zu einem "Bedeutungskern". Unter einem Bedeutungskern soll jedes Informationselement verstanden werden, "das eine bestimmte Person in einer gegebenen Situation in einen Kontext einbettet" (Bauersfeld (1980), S. 1).

i Definiert man die Situation auf der Grundlage eines algebraisch-didaktischen Rahmens von Termen, so wird man z.B. deuten: Es geht um eine algebraische Struktur, das Produkt. Der Flächeninhalt ist eine mögliche Exemplifizierung für das Produkt $a \cdot b$, wenn a und b nicht-negative Zahlen sind.

ii Mit Hilfe des geometrisch-schulmathematischen Rahmens könnte man deuten: Der Flächeninhalt F eines Rechtecks beträgt $F = a \cdot b$, wenn mit a und b die Längen der paarweise verschiedenen Rechteckseiten bezeichnet werden. Man kann durch Verallgemeinerung aus Eigenschaften von geometrischen Flächen und deren Inhalten algebraische Strukturen herleiten.

iii In einem alltags-geometrischen Rahmen ist die Begrifflichkeit schon weniger exakt. Die hochgehaltene Figur kann "Viereck" aber auch "Rechteck" heißen. Der Flächen*inhalt* wird meist "Fläche" genannt. Das vom Lehrer angeführte Informationselement gewinnt bei einer alltags-geometrischen Rahmung folgende mögliche Bedeutung: Wenn es um die Fläche geht, dann soll sicherlich ein "Schema", eine "Formel" (Programm) gefunden werden, womit das vorliegende aber auch andere Vierecke berechnet werden können. "Länge mal Breite", so könnte man das Programm beschreiben.

iv Bei algorithmisch-mechanischer Rahmung ist das vorgegebene Informationselement nur schwer deutbar. Es bietet sich kein Bedeutungskern an. Ein solcher ist erst zu finden, wenn zum ersten Mal Zahlen auftreten. Dann wird die Aufgabenstellung des Lehrers als "Malaufgabe" verstanden. Um sie zu bewältigen, sollte man einen Taschenrechner besitzen oder aber gut "schriftlich malnehmen" können.

(3) Es scheint so, als ginge der Lehrer davon aus, daß die Schüler die Situation annähernd geometrisch-schulmathematisch rahmten. In diesem Falle bieten Lehrer wie auch das Schulbuch ein Set von Modulationshilfen an, um die Schüler zu der Entwicklung eines algebraisch-didaktischen Rahmens zu bewegen. Zu ihm gehören Aufforderungen wie: "Finde eine Kurzform für den Flächeninhalt eines Rechtecks", oder: "Wir wollen das mal allgemein aufschreiben", oder: "Laßt mal die Zahlen weg", oder wie es im Schulbuch steht: "Die Terme $2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$ und $2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ ergeben auch für negative Zahlen für a, b und c denselben Wert. Überprüfe das an Beispielen" (Mathematik heute 8, S. 9).

Rahmen aber einige Schüler im alltags-geometrischen Sinne, dann bietet das offizielle Unterrichtsgespräch kaum mehr Modulationshilfen an hin zu einer algebraisch-didaktischen Rahmung. Hier liegt die Domäne der Kommunikation in den KikS. In ihnen werden allgtags-geometrische Rahmungen stabilisiert. Dies geschieht z.B. durch "Vormachen" oder obstinates Bestehen auf der Richtigkeit einer Lösung. Über die Kontinuität und Intensität dieser Kommunikationsprozesse scheint sich ein Set von Modulationen entwickelt zu haben, das eine alltags-geometrische Rahmung sichert. Hierin verbirgt sich u.a. auch eine Gefahr des Scheiterns von Gruppenarbeit im Mathematikunterricht, wie es an mehreren Stellen beobachtet werden konnte.

Diese letzte Bemerkung verweist auf die Bedeutung des Begriffs der Modulation, ein Prozesse beschreibender Begriff. Über ihn können u.a. Prozesse des Verständigens in der Unterrichtskommunikation erfaßt werden und auch Prozesse des Lernens von Mathematik. In den noch vorzunehmenden Analysen der abgelaufenen Unterrichtsbeobachtung werden vor allem derartige Modulationsvorgänge zu bearbeiten sein.

5. Rahmen-Analyse von Mathematikunterricht

5.1. Die Ungeklärtheit von Rahmen in der Unterrichtskommunikation

GOFFMANs Interesse liegt in der Analyse der Organisation von Alltagserfahrung. Die häufigste von ihm beobachtete Kommunikationsform ist dabei das "informelle Gespräch", die "face-to-face"-Kommunikation. Trotz gewisser Einschränkungen gilt bei dieser Kommunikationsform, daß alle Beteiligten die "gleichen Möglichkeiten und Vorrechte" genießen, daß sie alle einen vollen "Teilnehmerstatus" besitzen.

Diese Annahme wird man nur mit großer Vorsicht und Einschränkung auf die Kommunikation im Unterricht übertragen können. Am ehesten wird man sie der Kommunikation in den KikS zuschreiben können. Aber auch hier gilt zu bedenken, daß die Kommunikation nicht uneingeschränkt fortdauern kann. Sie ist der tadelnden Einflußnahme durch den Lehrer und auch anderer Schüler permanent ausgesetzt. Bezüglich des offiziellen Unterrichtsgesprächs erscheint die Übertragung der Voraussetzungen einer face-to-face-Kommunikation noch fragwürdiger. Hieraus resultiert aber, daß das Aushandeln des jeweilis richtigen Rahmens unter allen Beteiligten im Unterricht unter anderen, "ungünstigeren" Vorzeichen steht als in den von GOFFMAN bevorzugt analysierten informellen Gesprächen des Alltags.

So muß man auch bezüglich der hier beobachteten vier Unterrichtsstunden resümieren, daß oft keine Klarheit über die in den jeweiligen Situationen zu verwendenden Rahmen hergestellt werden konnte. Es stellt sich die Frage, ob überhaupt Klarheit über die stark durch mathematische Sichtweisen bestimmten Rahmen im Mathematikunterricht prinzipiell herstellbar ist, ob nicht vielmehr prinzipiell Rahmenunklarheit ein konstitutives Merkmal von Unterrichtskommunikation im Mathematikunterricht ist. Denn aufgrund der unterschiedlichen Kompetenzen und mathematischen Kenntnisse bei Lehrer und Schülern konstituiert sich ja in vielen Situationen eine Unterrichtskommunikation dadurch, daß der Lehrer über gewisse Rahmen (zunächst) allein verfügt, die, an die Schüler zu vermitteln er u.a. als seine Aufgabe ansieht.[1]

---

1) siehe hierzu auch ULICHs Kritik an MOLLENHAUERs Konzept des "kommunikativen Erziehungshandelns". Es erhebt sich die Frage, "ob die Postulierung idealer Verlaufsformen pädagogischer Interaktionen schon dazu hinreicht, konkrete Regelfälle nicht-kommunikativer Erziehung zu analysieren oder gar zu überwinden." (ULICH 1976, 92).

Klarheit über zu vermittelnde Rahmen kann wohl nicht allein über Kommunikationsprozesse erreicht werden, die dem Alltagsmodell folgen, wie es GOFFMAN in seiner Rahmen-Analyse beschreibt. Denn dort wird zwar von den grundsätzlichen Zweifeln über die richtige Rahmung gesprochen, aber auf der Grundlage, daß der mögliche andere zu verwendende Rahmen den Betroffenen bekannt ist.

"It is plain, then, that our framing events can lead to ambiguity, error, and frame disputes. ... We do come to be sharply wrong but - as argued throughout - only exceptionally. Our very considerable capacity for perceptual discrimination in regard to matters of frame seems to be what saves us - along, of course, with the care our others take to behave definitely." (GOFFMAN 1974, 343)

"Es ist also deutlich, daß unsere Rahmung von Ereignissen zu Mehrdeutigkeit, Irrtum und Rahmenstreitigkeiten führen kann. ... Wir geraten durchaus auch einmal auf den Holzweg - darauf wurde immer wieder hingewiesen -, aber nur in Ausnahmefällen. Unsere sehr beachtliche Wahrnehmungsfähigkeit in Rahmenfragen scheint uns davor zu bewahren - natürlich im Verein mit dem Bemühen unserer Mitmenschen, sich eindeutig zu verhalten." (GOFFMAN 1980, 374)

In dem Kapitel 2.2.2. der vorliegenden Arbeit über "normale Schwierigkeiten" bei Rahmenvorgängen wurde erwähnt, daß durch den Vorgang der Rahmung der Rahmende Teile seiner Identität etabliere. Sie stellt die subjektiv empfundene Kontinuität des Handelnden her. Sie beinhaltet den Versuch des handelnden Individuums, persönliche und soziale Identitätsanteile in einer bestimmten Situation für es in befriedigender Weise in Einklang zu bringen. "Das Gefühl der Ich-Identität ist also das angesammelte Vertrauen darauf, daß der Einheitlichkeit und Kontinuität, die man in den Augen anderer hat, eine Fähigkeit entspricht, eine innere Einheitlichkeit und Kontinuität ... aufrechtzuerhalten." (ERIKSON 1976, 107)

Dieser Versuch der Herstellung seiner Identität in einer Situation ist nun selbst ein höchst anfälliger und flexibler Prozeß, der keineswegs durch die Vorstellung von einem stabilen Gleichgewicht zwischen persönlicher und sozialer Identität angemessen beschrieben werden kann. Auf diese Tatsache scheinen insbesondere KRAPPMANN und GOFFMAN selbst hinzuweisen. KRAPPMANN betont, daß auch die "Selbstdarstellung des Individuums in jedem Zeitpunkt eines Interaktionsprozesses ... offen und revidierbar sein" müsse (KRAPPMANN 1971, 43), und GOFFMAN schreibt:

"One can never expect complete freedom between individual and role and never complete constraint. But no matter where on this continuum a particular formula is located, the formula itself will express the sense in which the framed activity is geared into the continuing world." (GOFFMAN 1974, 269)

"Man kann nie völlige Unabhängigkeit und nie völlige Abhängigkeit zwischen Individuum und Rolle erwarten. Wo aber auch auf diesem Kontinuum eine bestimmte Formel liegen mag, sie drückt aus, in welchem Sinne die gerahmte Tätigkeit in die Vorgänge der übrigen Welt eingebaut ist." (GOFFMAN 1980, 297)

Lernen läßt sich in diesem Sinne begreifen als der Prozeß, der sich aus der Spannung speist zwischen "lebensgeschichtlich verankerten Erfahrungen und Bedürfnissen und den fachlichen, institutionellen Erwartungen der Schule, die sich in einer konkreten Unterrichtssituation spezifizieren" (KRUMMHEUER 1981, 25). Diese Spannung wird in der je spezifischen Situation vermittelt durch die Wahl, Transformation bzw. Generierung eines oder mehrerer Rahmen.

Im Mathematikunterricht wird nur in den seltensten bzw. günstigsten Fällen sich beim Schüler eine Rahmung einstellen, die mit der didaktischen Analyse des zu unterrichtenden mathematischen Gegenstandes übereinstimmt. Wenn der unterrichtliche Kommunikationsprozeß auf seiten der Schüler von einem Lernprozeß begleitet wird, so kann man davon ausgehen, daß der Schüler durch *Arbeit an seiner Identität* sich durch Rahmungsprozesse auf einen solchen mathematisch-didaktischen Rahmen hinbewegt. Wenn man weiterhin einmal annimmt, daß es zwischen dem Lehrer und dem Schüler zu einer Klärung des Rahmens während des Kommunikationsprozesses kommt, so hat der Lehrer sich seinerseits durch den *Prozeß der Rahmen-Modulation* von einem solchen mathematisch-didaktischen Rahmen wegzubewegen hin auf Rahmungen, die sich durch die Herstellung seiner Identität bei dem Schüler einstellen.

In diesen unterschiedlich zu verrichtenden Leistungen der Kommunikationspartner bei Rahmenklärungen, nämlich *Modulieren* auf seiten des Lehrers und *Weiterentwicklung seiner Identität* auf seiten des Schülers, mag ein Grund zu sehen sein, der berechtigt, von konstitutiven Rahmenunklarheiten bei Unterrichtskommunikation zu sprechen.[1] In dem beobachteten Mathematikunterricht sind daher

1) Dies ist natürlich nur der Aspekt von Unterrichtskommunikation, der den Lernprozeß des Schülers zum Inhalt hat. Selbstverständlich hat auch der Lehrer seine Identität herzustellen; selbstverständlich lernt auch er im Unterricht (dazu). Zu bedenken gilt es auch, daß eintreten kann, daß die aktuelle Rahmung eines Schülers dem Lehrer selbst auch unbekannt ist.

auch eher Rahmenklärungen auf für beide Seiten "heruntermoduliertem" Niveau anzutreffen gewesen. Ein derartiger Fall lag vor in den vielen Szenen, in denen die oft tabellenartig angelegten Aufgaben besprochen worden sind, bei denen es um das Umformen und Belegen von Termen gegangen ist. In diesen Szenen scheint der Rahmen geklärt gewesen zu sein: Terme werden da als in mathematischer Symbolik kodifizierte Aufforderungen für gewisse zu verrichtende Tätigkeiten verstanden. Es scheint sich hierbei um eine Modulation auf einen algorithmisch-mechanischen Rahmen zu handeln; und zwar scheint das auch eine "Herunter-Modulation" bezüglich des für Schüler offenbar verfügbaren alltagsgeometrischen Rahmens darzustellen.

5.2. Kontext und Rahmen

Es ist herauszuarbeiten versucht worden, daß Rahmen-Analysen von Kommunikationsprozessen im Mathematikunterricht von anderen Kommunikationsstrukturen auszugehen haben, als sie GOFFMAN bei den Analysen seines Werkes in der Regel zugrunde legt. Unterrichtskommunikation stellt sozusagen einen Grenzfall dar, den GOFFMAN in seiner bemerkenswert ausführlichen Darstellung allerdings des öfteren berücksichtigt.

Weniger Anhaltspunkte und Hilfe erfährt man in seinem Werk, wenn man sich der Problematik stellt, die speziellen Rahmen mit ihrer inhaltlichen Ausprägung anhand von Gesprächsmaterial aus dem Unterricht zu bestimmen, beschreiben und zu definieren. GOFFMAN beschäftigt sich eben mit der Organisation von *Alltagserfahrung* bei *Erwachsenen*, und die dabei zu berücksichtigenden Rahmen sind einerseits weniger durch Inhalte bestimmt und brauchen wohl zum anderen auch nicht erst aus Gesprächsmaterial expliziert zu werden, da man darauf bauen kann, daß sie dem erwachsenen Leser selbst bekannt sind.

So zeichnen sich auch GOFFMANs Hinweise für beabsichtigte Rahmen-Analysen durch Inhalts-Neutralität und ein hohes formales Niveau aus:

1. Einteilung des Handlungsstromes in Kanäle
2. Bestimmung der Anzahl (Tiefe) der Transformation
3. Bestimmung des Teilnehmerstatus der Beteiligten. (vgl. GOFFMAN 1974, 554).

Auf einem strukturell niedrigerem Niveau läßt sich der Begriff des "Kontextes" ansiedeln, und es scheint so, als habe man über den Versuch, die jeweiligen "Kontexte" der im Mathematikunterricht Handelnden zu erfassen, einen geeigneten Zugriff, auch die inhaltliche Dimension des jeweils verwendeten Rahmens zu analysieren.

"It is obvious that a given appearance can on different occasions have different meanings. He who cleans his dinner plate can be seen as starved, polite, gluttonous, or frugal. But usually the context, as we say, rules out wrong interpretations and rules in the right one. (Indeed, context can be defined as immediately available events which are compatible with one frame understanding and incompatible with others.) And when the context might not suffice, participants take care to act out requisite evidence, here, as it were, helping the nature to be herself." (GOFFMAN 1974, 440)

"Es liegt auf der Hand, daß eine bestimmte Erscheinung bei verschiedenen Gelegenheiten verschiedene Bedeutung haben kann. Wer seinen Teller sauber leer ißt, kann als ausgehungert, höflich, gefräßig oder sparsam erscheinen. Doch gewöhnlich schließt der Kontext, wie man sagt, falsche Deutungen aus und bringt die richtige zur Geltung. (Man könnte den Kontext geradezu definieren als unmittelbar vorhandene Ereignisse, die mit einer Rahmenauffassung verträglich sind und mit anderen unverträglich.) Und wenn der Kontext einmal nicht ausreicht, so bemühen sich die Beteiligten, die notwendigen Daten zu schaffen, hier gewissermaßen der Natur zu sich selbst zu verhelfen." (GOFFMAN 1980, 472)

Kontext ist also immer einem Rahmen untergeordnet. Der Kontext stellt die von dem jeweiligen Individuum gerahmten "Informationselemente",[1] die "immediately available events" dar. Er soll in Anlehnung an BAUERSFELD "Inhaltsbereich" genannt werden, wenn es sich um mathematisch rahmbare Informationselemente und um eine unterrichtliche Kommunikationssituation handelt.

Kommunikation im Unterricht läuft, wie es scheint, meistens auf der Ebene von Inhaltsbereichen ab. Die von den jeweiligen am Unterricht Beteiligten vorgenommenen Rahmungen sind dagegen meist nicht Thema der Kommunikation. Es sollen hier beispielhaft zwei Fälle genannt werden, in denen der Rahmen dennoch thematisiert werden kann.

1. Es besteht eine Rahmenstreitigkeit, d.h. einige Personen erkennen, daß andere Personen die Situation in anderer Weise rahmen als sie, und sind von der Angemessenheit ihrer Rahmen überzeugt. Unter gewissen Umständen kann diese Konfliktsituation zu einer Auseinandersetzung über die unterschied-

1) vgl. BAUERSFELD 1980, 1 und auch S. dieser Arbeit.

lichen Rahmungen kommen. Selbst bei einer Einigung ergibt sich ein erneuter Rahmenstreit, "but this time of a higher order; for the parties now agree as to how matters ought to have been perceived, differing only in their views as to why they weren't" (GOFFMAN 1974, 323).

2. Es können vom Lehrer oder auch von einzelnen Schülern sogenannte "reflexive" Rahmenbrüche versucht werden, "there, note, a particular kind of frame break will largely figure, the kind that therapists and interrogators exploit when they verbally and calmly draw attention away from the anticipated story line to the framing mechanisms presupposed in its maintenance; in brief, self-referencing *reflexive* frame breaks". (GOFFMAN 1974, 338; Hervorhebung im Original).

In der Regel scheinen unterschiedliche Rahmen im Unterricht nur selten thematisiert. Dies scheint zumindest für den hier beobachteten Unterricht zu gelten. In ihm wurde meist auf der Ebene von Inhaltsbereichen kommuniziert.

Wenn z.B. der Lehrer ein Papp-Rechteck in die Höhe hält und fragt: "Schaut euch das mal genau an, was ist das für eine Figur?", dann bewegt sich diese Frage auf der Ebene der Inhaltsbereiche. Ein Rahmen - so dürfte man wohl annehmen - ist vom Lehrer schon gesetzt worden, während er bzw. bevor er die Frage stellte.

Bei den Schülern wird durch die Frage ein Prozeß in Gang gesetzt, der zum Ziel hat, die vom Lehrer repräsentierten Informationselemente durch Einbettung in einen implizit gerahmten Inhaltsbereich zu deuten. In dem beobachteten Unterricht gaben einige Schüler folgende Antworten:

1. "sieht aus wien Quadrat mit vier Ecken"
2. "en Viereck ist das"
3. "s issn Dreieck"
4. "ein Viereck"
5. "ein Kreiis"
6. "ein Dreieck ist das, Mensch".

Durch alle diese Äußerungen - so ist zu vermuten - wird der Versuch einer Kontext-Einbettung vorgenommen. Die Inhaltsbereiche fallen alle in den Bereich der Geometrie. Die zugrundezulegenden Rahmen müssen deshalb aber noch nicht

übereinstimmen. Sie sind aufgrund der vorgelegten Äußerung wohl nur schwerlich zu explizieren. Sie können u.a. "algebraisch-didaktisch", "geometrisch-schulmathematisch" und auch "alltags-geometrisch" sein. Die Äußerungen "Kreis", "Dreieck" und später auch "Linkseck" lassen zusätzlich sogar Modulationen zu einem Scherz vermuten.

Erst durch weitere Handlungen der Betroffenen, die dadurch den jeweiligen Kontext auszuformulieren versuchen, verdeutlichen sie zugleich auch ihre Rahmung der Situation. Der Rahmen gibt die Richtung, die Orientierung, in der durch Fragen und andere Aktivitäten der Kontext ausstaffiert wird, in der "der Natur zu sich selbst verholfen" wird. Diese beobachtbare Orientierung des Handelnden läßt nun wieder dem Interpreten Schlüsse auf die zugrundegelegten Rahmen zu.

Möglicherweise finden im Mathematikunterricht häufig nur Kontext-Klärungen, d.h. Klärungen über Inhaltsbereiche statt. Der Streit um die Rahmen tritt dann oft erst in Folgesituationen auf. Für die Interpretation von Unterrichtskommunikation ist deswegen neben der Mikroanalyse von kurzen Gesprächsabschnitten der Unterrichtskommunikation eine Einbettung der sich aus ihr ergebenden Ergebnisse in den gesamten Unterrichtsablauf einer Unterrichtseinheit vorzunehmen. Aber wegen der bekannten und hier mehrfach erwähnten restriktiven Bedingungen von Unterrichtskommunikation gibt es zu bedenken, daß selbst im Laufe einer mehrwöchigen Unterrichtseinheit Rahmungsunterschiede nicht offen zutage treten. Hier scheinen die mehrfach arrangierten "Problemlöse"-Situationen von Schüler-Kleingruppen außerhalb der üblichen unterrichtlichen Kommunikationssituationen Ansätze zu bieten, diese denkbare Informationslücke zumindest teilweise zu schließen.

Literatur

Arbeitsgruppe Bielefelder Soziologen (Hrsg.): Alltagswissen, Interaktion und gesellschaftliche Wirklichkeit. Reinbek bei Hamburg ^{2}1975.

Athen, H. & Griesel, H. (Hrsg.): Mathematik heute 8. Hannover 1974 (1. Auflage) und 1980 (2. Auflage).

Barth, F.: (Un-) Zeitgemäße Bemerkungen zum Algebraunterricht. In: Didaktik der Mathematik, 1978, 4, 289-295.

Bauersfeld, H.: Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht - Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. In: ders.: Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover 1978.

Bauersfeld, H.: Zum Begriff "Bedeutungskern". Bielefeld 1980 (unveröffentlichtes Papier am IDM der Universität Bielefeld).

Erikson, E.H.: Identität und Lebenszyklus. Frankfurt ^{3}1976.

Goffman, E.: Frame Analysis; Cambridge, Massachusetts 1974 (Harvard University Press). Deutsche Übersetzung: Rahmen-Analyse. Frankfurt 1980.

Gonos, G.: "Situation" versus "Frame": the "Interactionist" and the "Structuralist" Analyses of Everyday Life. In: American Sociological Review 1977, 42, 854-867.

Griesel, H.: Die neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Hannover ^{3}1973, Band 1.

Heinze, Th.: Schülertaktiken. Wien, München, Baltimore 1980.

Jahner, H.: Methodik des mathematischen Unterrichts. Heidelberg ^{5}1978.

Jameson, F.: On Goffman's Frame Analysis. In: Theory and Society 1976, 119-133.

Kallmeyer, W.: Kritische Momente. Zur Konversationsanalyse von Interaktionsstörungen; in: Trier, W. & Labroisse, G. (Hrsg.): Grundfragen der Textwissenschaft. Amsterdam 1979.

Krappmann, L.: Soziologische Dimension der Identität. Stuttgart 1971.

Krummheuer, G.: Subjektives Deuten und das Lernen mathematischer Konzepte. In: Neue Sammlung, 1980, 20, 530-541.

Krummheuer, G.: Die Wirklichkeit des Mathematikunterrichts. Weinheim 1981.

Laing, R.D.; Phillipson, H. & Lee, A.R.: Interpersonelle Wahrnehmung. Frankfurt ^{3}1976.

Lietzmann, W.: Aufgabensammlung und Leitfaden der Geometrie. Ausgabe A: für Anstalten gymnasialer Richtung. Unterstufe. Leipzig, Berlin ^{11}1936.

Mollenhauer, K.: Theorien zum Erziehungsprozeß. München ^{2}1974.

Oevermann, U. u.a.: Beobachtungen zur Struktur der sozialisatorischen Interaktion. In: Auwärter, M. u.a. (Hrsg.): Seminar: Kommunikation - Interaktion - Identität. Frankfurt 1976.

Projektgruppe Jugendbüro und Hauptschülerarbeit: Die Lebenswelt von Hauptschülern. München 1975.

Projektgruppe Jugendbüro: Subkultur und Familie als Orientierungsmuster. München 1977.

Quasthoff, U.: Eine intakte Funktion von Erzählungen. In: Soeffner, H.-G. (Hrsg.): Interpretative Verfahren in den Sozial- und Textwissenschaften. Stuttgart 1979.

Thiemann, F.: Kritische Unterrichtsbeurteilung. Wien, München, Baltimore 1979.

Ulich, D.: Pädagogische Interaktion. Weinheim 1976.

Viet, U.: Umgangssprache und Fachsprache im Geometrieunterricht des 5. und 6. Schuljahrs. In: Bauersfeld, H. (Hrsg.): Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover 1978.

Vollrath, H.-J.: Didaktik der Algebra. Stuttgart 1974.

Walker, R. & Adelman, C.: A guide to classroom observation. Frome, London 1975 (Methuen and Co. Ltd.).

Walsch, W.: Zur Einführung der Begriffe "Gleichung", "Ungleichung", "Term". Mathematik in der Schule, 1972, 10, 387-389.

Willis, P.: Spaß am Widerstand. Gegenkultur in der Arbeiterschule. Frankfurt 1979.

HANDLUNGSSTEUERUNG DURCH SPRACHE IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Zur Anwendung der Sprechakttheorie bei der Analyse von Steuerungsprozessen im Unterricht

Veronika Reiß

1. Einleitung

Es soll über eine empirische Untersuchung zum Problem der Steuerung von Unterrichtsaktivitäten berichtet werden (REISS 1981). Sie bezieht sich in ihren theoretischen Grundlagen wesentlich auf die Sprechakttheorie (AUSTIN 1972; SEARLE 1969, 1975, 1976), bedient sich also linguistischer, speziell pragmalinguistischer Kategorien.

Die Verwendung linguistischer Begriffe und Methoden hat in der empirischen Unterrichtsforschung Tradition. Spätestens seit BELLACKs Untersuchungen zur Unterrichtssprache (BELLACK 1965; BELLACK/DAVITZ 1963; BELLACK u.a. 1966), die an die sprachphilosophischen Untersuchungen von WITTGENSTEIN anknüpfen, haben Pädagogik und Unterrichtsforschung sich sprachwissenschaftliche Terminologien zu eigen gemacht. Ein bemerkenswerter neuerer Versuch, pragmalinguistische Theorien auf Unterricht anzuwenden, liegt in dem Modell für die Analyse des Unterrichtsdiskurses von SINCLAIR/COULTHARD (1977) vor. Dieses Modell basiert auf der Sprechakttheorie und wird später noch ausführlich diskutiert werden.

Den bisher existierenden linguistisch fundierten Unterrichtsanalysen ist gemeinsam, daß sie sich auf die Analyse der Unterrichtskommunikation selbst beschränken. Gegenstand der Analyse sind die verbalen Äußerungen von Lehrern und Schülern, ihre thematische und ihre sequentielle Struktur (HALLIDAY 1973). Die Befunde sind überwiegend deskriptiver Natur. So wird in vielen Untersuchungen übereinstimmend festgestellt, daß es erhebliche Unterschiede in den kommunikativen Rollen von Lehrern und Schülern gibt. Dies drückt sich u.a. darin aus, daß es in vielen Kategoriensystemen für die Klassifikation sprachlicher Äußerungen getrennte Kategorien für Lehrer- und Schüleräußerungen gibt (DUNKIN/BIDDLE 1974). Lehrer stellen mehr als zehnmal so viele Fragen wie ihre Schüler zusammengenommen (COREY 1940); die typische 'Lehrerfrage'

als Frage nach einer bekannten Information wird von Schülern so gut wie nie verwendet. Von den Lehrern werden überwiegend strukturierende, elizitierende und bewertende Äußerungen produziert ('structuring, soliciting, reacting moves', BELLACK u.a. 1966), von den Schülern dagegen überwiegend antwortende Äußerungen ('responding moves', vgl. auch DUNKIN/BIDDLE 1974; SHUY/GRIFFIN 1978; MISHLER 1975a, b; MEHAN 1978). Es wird konstatiert, daß sich im Unterricht wie in vielen institutionell geformten Kommunikationssituationen, in denen ein Teilnehmer das anerkannte Recht hat, den Diskurs zu strukturieren - wie z.B. bei Diskussionen und Interviews in den Medien, oder bei Arzt-Patienten-Gesprächen - die Interaktion hauptsächlich in der Form von Frage-Antwort-Sequenzen vollzieht (SINCLAIR u.a. 1972; PEARCE 1973). Das Spektrum situationsangemessener Äußerungen ist im Unterricht erheblich stärker restringiert als in der Alltagskommunikation. Der Unterrichtsdiskurs verläuft streckenweise nach eingespielten rituellen Schemata ab, die sich im westlichen Schulsystem als erstaunlich stabil erwiesen haben (HOETKER/AHLBRAND 1969). Ein zentrales kommunikatives Schema im Unterricht ist das Schema der Elizitierungssequenzen (MEHAN 1969). Es ist auch als 'recitation pattern' (DUNKIN/BIDDLE 1974) und als 'interrogative unit' (MISHLER 1973, 1975a) bekannt. In seiner einfachsten Form besteht es aus einer Sequenz folgender Äußerungen:

- der Lehrer stellt eine Frage, deren Antwort der Schüler kennt,
- ein Schüler beantwortet die Frage,
- der Lehrer kommentiert die Antwort.

Das Schema ist ein reines Ablaufschema und steht in keiner substantiellen Beziehung zum Unterrichtsinhalt; es findet sich in allen Unterrichtsfächern (STREECK 1979b). Die Bezeichnungen für die drei Komponenten des Schemas wechseln: Lehrerfrage - Schülerantwort - Lehrerkommentar (DUBS 1978); initiation - reply - evaluation (MEHAN 1978, 1979, 1980); soliciting - responding - reacting moves (BELLACK u.a. 1966).[1]

1) In der Terminologie von BELLACK u.a. (1966) kommt am deutlichsten zum Ausdruck, daß das Schema nicht nur durch Fragen initiiert werden kann, sondern auch durch Aufforderungen an die Schüler, etwas Bestimmtes zu tun. Der zweite Schritt muß dann keine Antwort des Schülers sein, sondern kann eine Handlung darstellen, mit der der Schüler der Aufforderung nachzukommen sucht.

Elizitierungssequenzen kommen nicht immer in reiner Form vor; sie können auch in komplexeren sequentiellen Strukturen auftreten. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn der aufgerufene Schüler keine korrekte Antwort produziert. Es gibt dann verschiedene konversationelle Strategien des Lehrers, deren Anwendung zu komplexen Ausweitungen des Schemas führen kann ('extended elicitation sequences', MEHAN 1980; 'Einschubsequenzen', SCHEGLOFF 1972). Zu diesen Strategien gehört z.B. das Aufrufen eines anderen Schülers, das Wiederholen der Frage, das Vereinfachen der Frage, das Geben von antworterleichternden Zusatzinformationen.

Über die reine Deskription von kommunikativen Mustern und Ablaufschemata und über die Beschreibung von Unterschieden im kommunikativen Verhalten von Lehrern und Schülern gehen sprachanalytische Untersuchungen hinaus, die nach der Funktion bestimmter kommunikativer Muster fragen. Es ist etwa seit langem bekannt, daß das erste Element der Elizitierungssequenz, die Lehrerfrage, keine 'echte' Frage ist (vgl. MEHAN 1980). Lehrerfragen sind keine Informationsfragen ('information seeking questions', LABOV/FANSCHEL 1978; SHUY/GRIFFIN 1978), sondern Fragen nach einer Information, die der Fragende bereits besitzt ('known information questions'). Der Fragende ist in der Lage, die Angemessenheit der nachfolgenden Antwort zu beurteilen. Lehrerfragen ähneln in dieser Hinsicht Prüfungsfragen (WUNDERLICH 1976c; STREECK 1979a; MEHAN 1980). Sie werden im Unterricht aber auch da eingesetzt, wo es nicht um das Abfragen von bereits vermitteltem Wissen, sondern um die Vermittlung bzw. um die "Erarbeitung" neuen Wissens geht (STREECK 1979b).

Lehrerfragen dienen hier der Elizitierung von Antworten, die lernrelevante Sachverhalte betreffen. Solche Antworten können mehr oder weniger angemessen sein. Der Lehrer stuft durch seinen nachfolgenden bewertenden Kommentar die Antwort als eine richtige oder falsche Beschreibung des betreffenden Sachverhalts ein; aus den vom Lehrer als angemessen ratifizierten Schüleräußerungen baut sich im Unterrichtsdiskurs sukzessive derjenige Korpus an Informationen auf, der von den Schülern rezipiert werden soll. Daher sind die Lehrerkommentare weniger in lobender oder tadelnder Absicht an den jeweiligen Schüler adressiert, sondern an die ganze Klasse gerichtet mit der Intention, aus den von den Schülern produzierten Antworten korrekte Informationen auszusondern (ausführlicher dazu: STREECK 1979b; REISS 1981).

Die älteren sprachanalytischen Bemühungen zur empirischen Erforschung von Unterricht stehen häufig im Kontext sozial-psychologischer Ansätze zu Führungsstil und Klassenklima (FLANDERS 1971; TAUSCH 1970) und sind oft mit praktischen Veränderungsinteressen und mit bestimmten Veränderungszielen (z. B. schülerzentriertem Unterricht, WAGNER u.a. 1976) verknüpft. Ein großer Teil der sprachanalytisch orientierten Unterrichtsforschung kann daher in den Rahmen allgemeiner sozialwissenschaftlicher Konzepte eingeordnet werden (ULICH 1976; BACHMAIR 1974); im Hinblick auf die Stringenz der Verwendung linguistischer Begrifflichkeit müssen viele dieser Arbeiten als "naiv" bezeichnet werden (zu dieser Kritik vgl. EHLICH/REHBEIN 1976b; KRUMM 1977b). Dies gilt auch für einige Versuche, die Kommunikationstheorie von WATZLAWICK u.a. (1969) didaktisch zu verwerten (vgl. dazu ZIEGLER 1977; KRUMM 1977a). Linguistisch fundierte Ansätze zur Analyse der Unterrichtssprache sind in jüngster Zeit sowohl innerhalb der Soziolinguistik entwickelt worden (z.B. ROEDER/SCHÜMER 1976; MISHLER 1973, 1975a, b) als auch in der linguistischen Grundlagenforschung. Hier treten pädagogisch-didaktische Rahmenvorstellungen von Unterricht stärker in den Hintergrund. Unterricht wird eher als ein Kommunikationsfeld betrachtet, das sich wegen seiner restringierten und institutionsspezifisch vorgeprägten Kommunikationsregeln besonders gut als exemplarischer Untersuchungsgegenstand zur Lösung theoretischer und methodischer Grundlagenprobleme der Linguistik eignet (SINCLAIR/COULTHARD 1977). Diese stärker linguistisch orientierten Arbeiten über die Unterrichtssprache beziehen sich konsequenterweise ausschließlich auf die Analyse sprachlicher Phänomene; Unterrichtsanalyse wird als 'Diskursanalyse' betrieben. Die Einbettung des Unterrichtsdiskurses in außersprachliche bzw. nicht-kommunikative Handlungszusammenhänge und die Tatsache, daß es sich um Kommunikation im Kontext von Lehren und Lernen handelt, tritt dabei in den Hintergrund.

Im folgenden soll ein Versuch beschrieben werden, sprachanalytische Kategorien in einer linguistisch fundierten Weise auf die empirische Untersuchung von Unterricht anzuwenden, dabei aber einen expliziten Bezug zu einem - verhältnismäßig einfachen - Modell des Lehr-Lern-Prozesses herzustellen.

2. Lehrertätigkeit als Steuerung von Unterrichtsaktivitäten

Unterricht kann aufgefaßt werden als ein Prozeß, in dessen Verlauf jeder Schüler bestimmte Aktivitäten vollzieht, als deren Folge sich kurz- oder langfristig Veränderungen einstellen, die man als 'Lernen' bezeichnet (vgl. LUHMANN/SCHORR 1972). Der Schüler hört einer Erläuterung des Lehrers zu, löst eine Aufgabe im Heft, denkt über eine Lehrerfrage nach, nimmt die Antwort eines Mitschülers zur Kenntnis, verfolgt mit den Augen, wie ein Mitschüler an die Tafel geht, um etwas anzuschreiben, drückt seine Freude über ein richtiges Ergebnis aus, wartet, bis seine Mitschüler mit dem Lösen einer Aufgabe fertig sind, etc.

Die Beschreibung der Aktivitäten, die ein Schüler im Unterricht vollzieht, im Hinblick auf das, was er dabei lernt, würde zu einer Analyse des Lernprozesses gehören; die Beschreibung dessen, was der Lehrer tut, um bestimmte Schüleraktivitäten in Gang zu bringen, inhaltlich zu orientieren, aufrechtzuerhalten, mit den notwendigen materiellen und informatorischen Voraussetzungen zu versehen, würde zu einer Analyse des Lehrprozesses gehören.

"Lehren" und "Lernen" sind in diesem einfachen Modell von Unterricht nicht unmittelbar aufeinander bezogen, sondern vermittelt über die Aktivitäten der Schüler. Der Lehr-Lern-Prozeß kann nach diesem Modell an zwei grundsätzlich verschiedenen Stellen gelingen bzw. mißlingen: es ist möglich, daß es dem Lehrer nicht gelingt, die Schüler zu bestimmten lernrelevanten Aktivitäten zu veranlassen, und es ist weiterhin denkbar, daß der Vollzug der vom Lehrer intendierten Aktivitäten nicht die angenommenen Auswirkungen auf das Lernen hat.

Zur Rolle des Lehrers im Lehr-Lern-Prozeß gehört zu einem nicht unwesentlichen Teil die Steuerung der Schüleraktivitäten.

> "Teaching is the act of inducing students to behave in ways that are assumed to lead to learning, including attempts to induce students so to behave." (SCHLECHTY 1976, 26).

> "If any learning is to occur from teaching, the teacher must sustain cooperation of students in an activity. To ignore this is to ignore the essence of teaching." (DOYLE 1979, 48).

Daher lassen sich diesem allgemeinen Modell des Lehr-Lern-Prozesses insbesondere neuere Strömungen in der Unterrichtsforschung zuordnen, die Probleme des 'Classroom Management', d.h. der Steuerung des Unterrichtsablaufs zum Gegenstand haben. Die Fähigkeiten des Lehrers zur Steuerung des Unterrichtsablaufs werden seit langem für einen zentralen Aspekt der Lehrerkompetenz gehalten. In der alltäglichen Schulpraxis werden darunter die Fähigkeiten verstanden, die dazu beitragen, daß möglichst viele Schüler im Unterricht mitarbeiten und daß das Ausmaß von Unaufmerksamkeit und Störverhalten gering bleibt. Solche Verhaltensweisen des Lehrers sind erstmals in der bahnbrechenden Untersuchung von KOUNIN (1970) systematisch untersucht worden. Die von KOUNIN identifizierten Variablen effektiven Mangementverhaltens des Lehrers beschreiben weniger Verhaltensweisen im Umgang mit problematischen Stellen im Unterrichtsablauf, sondern eher ein Repertoire von Fähigkeiten zur effizienten Steuerung des Aktivitätsflusses in einer Weise, die problematische Situationen gar nicht erst entstehen lassen. Die von KOUNIN (1970) berichteten Zusammenhänge dieser Variablen mit dem Mitarbeits- und Störverhalten der Schüler waren von einer für die damalige Unterrichtsforschung erstaunlichen Höhe und haben sich durch Nachfolge-Untersuchungen immer wieder replizieren lassen (BROPHY/EVERTSON 1976; BROPHY 1979). Darüber hinaus hat sich in vielen Untersuchungen zum Grundschulunterricht feststellen lassen, daß die Managementfähigkeiten des Lehrers deutlich positive Auswirkungen auf die Schülerleistungen in basalen Lese- und Rechenfertigkeiten besitzen.

> "Teachers' managerial abilities have been found to relate positively to student achievement in every process-product study conducted to date ... Much evidence suggests that managerial skills of teachers are strong determinants of student learning ... It seems clear that if achievement in basic skills is a goal, it is highly desirable that teachers run classrooms with a minimum of disruption and a maximum of student task involvement." (GOOD 1979, 54f).

Die theoretische Beziehung zwischen Classroom Management und Unterrichtseffektivität ist im Rahmen von Lehr-Lern-Modellen weiter analysiert worden, die die Lernzeit als wesentliche Größe enthalten. Diese Modelle gehen davon aus, daß das, was im Unterricht geschieht, primär eine Funktion der Zeit ist, in der sich der Schüler mit dem Curriculum befaßt (BLOOM 1976; CARROLL 1963; COOLEY/LOHNES 1976; HARNISCHFEGER/WILEY 1977; WALBERG 1976; BERLINER 1979).

Empirische Untersuchungen zum Zusammenhang zwischen 'aktiver Lernzeit' und Lernerfolg (STALLINGS/KASKOWITZ 1974; FISHER u.a. 1978; POWELL/DISHAW 1977; LEINHARDT u.a. 1980; zur Kritik vgl. TREIBER 1981) haben konsistent positive Befunde erbracht. Da effizientes Management-Verhalten per definitionem die aktive Lernzeit erhöht, ist die Untersuchung von Problemen der Ablaufsteuerung auch im Kontext der Lernzeit-Modelle vorangetrieben worden (z.B. ROSENSHINE/BERLINER 1978; ROSENSHINE 1979; GOOD 1979).

Gemeinsam ist den skizzierten Forschungsansätzen, daß sie den *Schüleraktivitäten* einen zentralen Stellenwert in einer Theorie des Lehr-Lern-Prozesses zuweisen. Die Lehrertätigkeit wird im Hinblick auf ihre Auswirkungen auf die Aktivitäten der Schüler untersucht und nicht unmittelbar in ihrer Beziehung zu Lernprozessen und Lernergebnissen. Zwar ist das Ziel und das Evaluationskriterium für die Lehrertätigkeit die Optimierung der Lernprozesse der Schüler; diese können aber nicht unmittelbar vom Lehrer beeinflußt werden, sondern nur auf dem Wege der Steuerung von Handlungsabläufen.

> Der Begriff der 'Steuerung' beschreibt gegenüber dem allgemeineren der 'Beeinflussung' eine Tätigkeit, die sich auf zeitlich und räumlich begrenzte Handlungsabläufe bezieht. Er beinhaltet neben Formen direkter Steuerung, etwa in der Form von Aufforderungen und Anweisungen, auch Formen indirekter Steuerung, etwa in der Form der Initiierung von Gesprächen zwischen Schülern oder in der Form des Einsatzes von Unterrichtsmaterialien, von denen die unmittelbaren Steuerungsimpulse ausgehen.

Das hier skizzierte sehr allgemeine Modell der Lehrertätigkeit als Steuerung von Handlungsabläufen bildete die Grundlage für die empirische Untersuchung, über die noch zu berichten sein wird (REISS 1981, vgl. 6.). Es bedurfte allerdings für die Zwecke einer Umsetzung in empirische Forschung verschiedener Konkretisierungen. Es setzt z.B. eine Konzeptualisierung der verschiedenartigen möglichen Schüleraktivitäten voraus, ihrer Inhalte und Formen, ihrer sozialen Struktur, ihrer sequentiellen Muster. Eine Konzeptualisierung von Schüleraktivitäten liegt nicht einmal in der Form von differenzierten Klassifikationssystemen vor. Daher wurde auf eine einfache Klassifikation zurückgegriffen, die im Rahmen der Lernzeit-Forschung und in der Classroom-Management-Forschung vielfach in ähnlicher Weise verwendet worden ist: die Einteilung der Schüleraktivitäten in unterrichtsbezogene Aktivitäten ('Mitarbeitsverhal-

ten') und nicht-unterrichtsbezogene Aktivitäten ('kein Mitarbeitsverhalten').[1] Damit reduzierte sich die Forschungsfragestellung auf das Problem der Analyse von Steuerungsprozessen im Unterricht im Hinblick auf ein bestimmtes Effizienzkriterium: die durchschnittliche Rate unterrichtsbezogenen Verhaltens. Dadurch wurde zugleich ein Anschluß der Untersuchung an die Classroom-Management-Forschung möglich, die mit ähnlichen Effizienzkriterien arbeitet (vgl. dazu die Begriffe 'work involvement', KOUNIN 1970, sowie 'academic learning time', ROSENSHINE/BERLINER 1978).

3. Signalsysteme im Unterricht

Für die Konzeptualisierung des Steuerungsprozesses wurde auf Vorarbeiten von KOUNIN (KOUNIN/GUMP 19774; KOUNIN/DOYLE 1975; KOUNIN 1978) zurückgegriffen. KOUNIN hatte anhand des Datenmaterials einer umfangreichen Untersuchung zum Vorschulunterricht eine Theorie zur Steuerung von Aktivitätssystemen im Unterricht entwickelt, die Unterschiede in den Raten des Mitarbeitsverhaltens in verschiedenen Unterrichtsstunden zu erklären beansprucht. Er verwendet dazu den Begriff des *Signalsystems*. KOUNIN (1978) geht in seiner Darstellung des Signalsystems davon aus, daß zu jeder Unterrichtsstunde bestimmte Standardaktivitäten gehören, die die Kinder vollziehen sollen: dem Lehrer zuhören, der eine Geschichte vorliest; eine Collage aus Zeitschriftenausschnitten basteln; zusammen tanzen; an vorgegebene Objekte einen Magneten halten und ausprobieren, ob er kleben bleibt etc.

> "As one observes children in a lesson it becomes clear that their actions are prodded, oriented and supported by the external provisions of the lesson. These provisions include the communications of the teacher ('Let's see what sticks and what doesn't stick to a magnet.') and the props that go with the lesson (magnet, paper clips, pieces of paper and cloth, nails). ... Those external provisions which signal these standard actions can be labelled signal systems." (KOUNIN 1978, 23).

Das Signalsystem eines Kindes in einer Unterrichtsstunde ist dann definiert als die Sequenz der Signale, von denen sein Vollzug der Standardaktivitäten geleitet ('gesteuert') wird. Die Signale geben dem Kind Informationen darüber, was im nächsten Schritt innerhalb der jeweiligen Standardaktivität zu tun

---

1) In der empirischen Untersuchung von REISS (1981) wurde zusätzlich eine Einteilung nach 'störenden' und 'nicht-störenden' Aktivitäten vorgenommen, vgl. 6.

ist. Die Komposition der individuellen Signalsysteme der einzelnen Kinder ergibt das Signalsystem der Unterrichtsstunde.

KOUNIN (1978) unterscheidet für den Vorschulunterricht drei Typen von Signalsystemen: solche mit einer einzigen, kontinuierlich Signale produzierende Signalquelle (der Lehrer liest vor; man hört gemeinsam einer Schallplatte zu), solche mit wechselnden Signalquellen, wobei auch die Kinder Signale für die Aktivitäten anderer Kinder produzieren (ein Rollenspiel, eine Gruppendiskussion) und solche, in denen für jedes Kind ein getrenntes Signalsystem existiert (jedes Kind bastelt für sich an einer Collage).

Es wurde die Hypothese aufgestellt, daß das Mitarbeitsverhalten der Kinder von der Kontinuität des Signalsystems beeinflußt wird. Diese *Kontinuitätshypothese* (KOUNIN/GUMP 1974; KOUNIN/DOYLE 1975) besagt, daß bei lückenhaftem oder gestörtem Signalfluß die Mitarbeitsraten niedriger liegen sollten als bei kontinuierlichem Signalfluß.

Da das Signalsystem einer Unterrichtsstunde bei wechselnder Signalquelle und hoher Interdependenz der Aktivitäts- und Signalsysteme der einzelnen Kinder diskontinuierlicher und störanfälliger ist als bei kontinuierlicher zentraler Signalquelle oder bei unabhängigen Signalquellen für jedes einzelne Kind, sollten die Mitarbeitsraten im Unterricht mit Signalsystemen des zweiten Typs am niedrigsten liegen. Eine varianzanalytische Überprüfung ergab den erwarteten signifikanten Haupteffekt des Faktors "Typ des Signalsystems" auf die Kriteriumsvariable "Rate des Mitarbeitsverhaltens" und damit eine Bestätigung der Kontinuitätshypothese (KOUNIN/GUMP 1974).

Die KOUNINsche Theorie der Signalsysteme ist eine sehr allgemeine Konzeptualisierung für Prozesse der Steuerung von Handlungsabläufen im Unterricht durch korrespondierende Signalsequenzen. Sie enthält weder Einschränkungen im Hinblick auf die Inhalte und Formen der Unterrichtsaktivitäten, noch im Hinblick auf die Natur der Signale und Signalquellen.[1] Die Signalsystemtheorie trifft auch keine Aussagen über den Prozeß der Umsetzung von Signalen in Handlungen. Signale können übersehen, mißverstanden oder mißachtet werden; es handelt sich jedenfalls nicht um mechanische Steuerungsprozesse. Die psychologischen Prozesse der Aufnahme und Verarbeitung der in einem Signal enthaltenen Informationen bleiben unbestimmt. Es wird lediglich angenommen, daß ein kontinuierlicher Fluß handlungsorientierender Signale bessere Voraussetzungen für hohe Mitarbeitsraten bietet als ein diskontinuierlicher.

---

1) Insbesondere ist der Lehrer nicht die einzige Signalquelle, und nicht alle Interventionen des Lehrers sind handlungssteuernde Signale.

In der Vorschulstudie (KOUNIN/GUMP 1974; KOUNIN/DOYLE 1975) ist nicht der Versuch gemacht worden, den Signalbegriff so weit zu präzisieren, daß einzelne Signale hätten empirisch identifiziert werden können. Es werden lediglich die Signalsysteme ganzer Unterrichtsstunden bezüglich ihrer Kontinuität/Diskontinuität eingeschätzt.

In Phasen öffentlicher Kommunikation im Unterricht ('Plenumsphasen') hat das Signalsystem eine vergleichsweise einfache und einheitliche Struktur: die Aktivitätssequenzen der einzelnen Schüler sind im wesentlichen gleichartig und parallellaufend, und sie werden von einem zentralen Signalsystem gesteuert, das sich über den öffentlichen Kommunikationsprozeß konstituiert. In diesem Kommunikationsprozeß werden laufend Signale produziert, deren Sequenz eine gute Approximation an das faktische Signalsystem der Unterrichtsstunde darstellt. Will man mit dem Signalbegriff präzisere Aussagen zur Handlungssteuerung im Unterricht treffen, als dies in den KOUNINschen Untersuchungen der Fall war, so ist eine Spezifizierung dieses Begriffs in linguistischen Kategorien notwendig. Es zeigt sich dann, daß "Signale" als ein bestimmter Typ kommunikativer Handlungen interpretiert werden können (vgl. REISS 1981, 42ff und 5.). Zur Präzisierung des Signalbegriffs wird im folgenden Abschnitt auf Kategorien der Sprechakttheorie zurückgegriffen werden.

4. Sprechakttheoretische Grundlagen

Seit AUSTINs "How to do things with words" (1962) ist in der sprachphilosophischen Diskussion allgemein akzeptiert, daß Sprechen als eine Form des Handelns aufgefaßt werden kann. Für die pragmatische Linguistik, die sich mit den Strukturen und Funktionen der Sprachverwendung befaßt, ist daher die Grundeinheit der Analyse nicht der Satz als raum-zeitlich invariantes sprachliches Gebilde, sondern die *Äußerung* als raum-zeitlich gebundene kommunikative Handlung. Sprechhandlungen als intentionale Akte kann man nicht - wie assertorische Sätze - danach beurteilen, ob sie wahr oder falsch sind, sondern danach, ob sie glücken oder mißlingen. Dem Wahrheitskriterium der Semantik entspricht in der Pragmatik das Erfolgskriterium (BRAUNROTH u.a. 1975). Zusätzlich zu syntaktischen und semantischen Merkmalen von geäußerten Sätzen werden die pragmatischen Bedingungen (sprachlicher und außersprachlicher Art) untersucht, unter denen sich Äußerungen (als Sprechhandlungen) vollziehen.

AUSTIN (1972) unterscheidet drei verschiedene Handlungsaspekte bei Sprechhandlungen. Etwas sagen heißt

- einen *lokutionären Akt* vollziehen (lautliche oder graphische Zeichen einer bestimmten Sprache produzieren, die syntaktisch, semantisch und referentiell interpretierbar sind)
- einen *illokutionären Akt* vollziehen (eine Handlung ausführen, *indem* man etwas sagt, z.B. bitten, fragen, behaupten, warnen etc.)
- manchmal:
  einen *perlokutionären Akt* vollziehen (durch die Äußerung etwas bewirken: jemanden erschrecken, beleidigen, zum Schweigen bringen, erfreuen, überzeugen, zum Nachdenken anregen, dazu bringen, daß er antwortet etc.).

Die illokutionären Akte sind der eigentliche Gegenstand der Sprechakttheorie. Die Sprechakttheorie ist wesentlich eine Theorie der illokutionären Akte (zur Abgrenzung illokutionärer von perlokutionären Aspekten einer Sprechhandlung vgl. AUSTIN 1972, 114ff).

> Illokutionäre Akte können gelegentlich vollzogen werden, ohne daß ein lokutionärer Akt ausgeführt wird, d.h. mit symbolischen Mitteln, die nicht die der Sprache sind. Man kann z.B. mit dem Schwenken einer Lampe den illokutionären Akt der Warnung vollziehen. In den Forschungen zum nonverbalen Verhalten (SCHERER/WALBOTT 1979; MEHRABIAN 1972; DUNCAN 1969; DUNCAN/FISKE 1977) werden nonverbale Handlungen, die verbale Äußerungen ersetzen können und damit die parasemantische Funktion der Substitution (SCHERER 1979) erfüllen, gelegentlich als 'Embleme' bezeichnet (EFRON 1941; EKMAN/FRIESEN 1966, 1969; vgl. dazu REISS 1981, 25). Wenn im folgenden von 'kommunikativen Handlungen' ('kommunikativen Akten') die Rede ist, so sind damit illokutionäre Akte gemeint, die entweder mit sprachlichen oder mit außersprachlichen symbolischen Mitteln vollzogen werden. Es handelt sich um eine naheliegende Verallgemeinerung des Begriffs der Sprechhandlung.[1]

Die Unterscheidung zwischen illokutionären Akten, die durch die Äußerung selbst erledigt sind, und perlokutionären Akten, die über bestimmte Wirkungen auf die Zuhörer definiert sind, ist für die Analyse kommunikativer Handlungen im Unterricht wesentlich. Wenn Lehren heißt: Handlungen vollziehen, durch die die Schüler zu lernrelevanten Aktivitäten angeregt werden, dann

---

1) Im Unterricht treten außersprachliche kommunikative Handlungen häufig auf. Beispiele dafür sind: das Aufrufen eines Schülers per Handbewegung und Blickkontakt, das Andeuten eines Rechenweges mit dem Zeigestock, das Einschieben einer beschriebenen Folie in den Tageslichtschreiber.

ist das Anregen dieser Aktivitäten und das Lernen selbst ein perlokutionäres Ziel der Handlungen des Lehrers. Ob dieses Ziel erreicht wird, liegt indessen nicht völlig in seiner Hand. Unmittelbare Verfügungsgewalt besitzt der Lehrer nur über seine eigenen Handlungen, also über illokutionäre Akte. Der Lehrer kann Fragen stellen, Erläuterungen geben, ermahnen; aber er kann nicht im selben Sinn motivieren, zum Denken anregen, die Klasse zur Ruhe bringen. In der pädagogisch-psychologischen Literatur zur Unterrichtssprache werden illokutionäre und perlokutionäre Sprachaspekte oft nicht ausreichend getrennt (z.B. bei SPANHEL 1971; GAGNÉ 1969; vgl. dazu REISS 1981, 28).

SEARLE (1969, 1975, 1976) hat im Anschluß an AUSTIN (1962, 1972) eine Theorie der Sprechhandlungen als Teil einer allgemeinen Handlungstheorie und im Vorgriff auf eine (noch nicht elaborierte) allgemeine Handlungstheorie entwikkelt. Danach sind Sprechhandlungen wie alle Handlungen intentional, d.h. sie werden mit bestimmten Intentionen vollzogen, die wesentlich zur Bestimmung des jeweiligen Handlungstyps gehören.

Nach den illokutionären Intentionen des Sprechers unterscheidet SEARLE (1975) folgende Klassen von Sprechhandlungen (vgl. auch CLARK/CLARK 1977; sowie für eine Auflistung zusätzlicher Klassifikationskriterien MARTENS 1974):

- *Repräsentative* (behaupten, erläutern, feststellen etc.) sind gekennzeichnet durch die illokutionäre Intention des Sprechers, sich gegenüber dem Hörer zur Wahrheit der ausgedrückten Proposition zu verpflichten.
- *Direktive* (auffordern, befehlen, bitten, fragen etc.) sind gekennzeichnet durch die illokutionäre Intention des Sprechers, daß der Hörer etwas Bestimmtes tun soll.
- *Kommissive* (ankündigen, versprechen, drohen etc.) sind gekennzeichnet durch die illokutionäre Intention des Sprechers, sich gegenüber dem Hörer dazu zu verpflichten, etwas Bestimmtes zu tun.
- *Deklarative* (jemanden ernennen, taufen, eine Sitzung eröffnen, etwas definieren etc.) sind gekennzeichnet durch die illokutionäre Intention des Sprechers, den in der Äußerung ausgedrückten sprachlichen oder sozialen Sachverhalt herzustellen.
- *Expressive* sind gekennzeichnet durch die illokutionäre Intention des Sprechers, den eigenen psychologischen Zustand auszudrücken.

Sprechhandlungen sind nach SEARLE *konventionelle* Handlungen. Sie werden nach bestimmten Regeln vollzogen, die konventioneller Natur sind und die erst garantieren, daß ein Sprechakt eines bestimmten Typs mit bestimmten Mitteln ausgeführt werden kann. Das Aussprechen einer bestimmten Wortfolge (d.h. der Vollzug eines bestimmten lokutionären Aktes) stellt genau dann einen illokutionären Akt der Frage dar, wenn im sprachlichen und außersprachlichen Äußerungskontext diese Wortfolge als Frage *gilt*. Das Vorliegen einer entsprechenden Konvention ist nach SEARLE eine notwendige Voraussetzung für das Gelingen des illokutionären Aktes.

Die These von der Konventionalität illokutionärer Akte ist nicht unbestritten geblieben. STRAWSON (1971) hat z.B. hervorgehoben, daß es Äußerungen gibt, deren illokutionäre Bedeutung gar nicht auf konventionellem Weg zustandekommt. Die Äußerung "Das Eis dort hinten ist sehr dünn.", an einen Schlittschuhläufer gerichtet, fungiert als illokutionärer Akt der Warnung, ohne daß eine Konvention angebbar wäre, die sie zu einer Warnung macht. Die illokutionäre Bedeutung wird dadurch verstanden, daß der Hörer bestimmte situative Indikatoren auswertet und Schlußfolgerungen auf die *Intention* des Sprechers zieht. STRAWSON hat eine Theorie formuliert, nach der das Zustandekommen eines illokutionären Aktes bestimmte komplexe Intentionen des Sprechers voraussetzt (vgl. dazu auch SCHIFFER 1972). Ein illokutionärer Akt kann erst dann konstatiert werden, wenn auf diese Intentionen beim Sprecher geschlossen werden kann. Zu diesen Intentionen gehört u.a. die Intention, daß der Hörer die illokutionäre Bedeutung der Äußerung erkennen möge. Eine Äußerung kann z.B. erst dann als Frage klassifiziert werden, wenn dem Fragenden die Intention zugeschrieben werden kann, daß er will, daß der Angesprochene die Frage als Frage auffaßt (und nicht als Befehl, Vorwurf oder Gegenbehauptung).

Die Auseinandersetzung innerhalb der Sprechakttheorie darüber, ob die illokutionäre Bedeutung von Sprechakten durch Konventionen hergestellt wird, oder ob die Intentionen des Sprechers bedeutungskonstitutiv sind, kann hier nicht referiert werden (vgl. dazu DITTEL 1979). Ein dritter Ansatz zur Konzeptualisierung der illokutionären Bedeutung von Sprechakten ist von GRICE (1968, 1975) entwickelt worden. Er postuliert, daß es in Kommunikationssituationen generelle Regeln gibt, an die sich Sprecher und Hörer halten müs-

sen, um überhaupt kommunizieren zu können. Es handelt sich um allgemeine Maximen kooperativen Verhaltens (z.B. die Maxime, Relevantes zur Situation zu sagen), nach denen die Kommunikationspartner ihre Kommunikationsaktivitäten ausrichten und nach denen sie Schlußfolgerungen auf die Bedeutung der kommunikativen Handlungen ihrer Partner ziehen ('konversationelle Implikaturen', GRICE 1968).

Trotz der Differenzen hinsichtlich der Auffassungen, wodurch der illokutionäre Charakter von Sprechhandlungen bedingt ist, besteht Einigkeit unter den genannten Sprechakttheoretikern, daß dem illokutionären Charakter einer Sprechhandlung Objektivität zukommt. Bedeutungsinterpretationen durch Sprecher, Hörer oder Dritte können daher - als subjektive Interpretationen eines objektiven Sachverhalts - mehr oder weniger angemessen sein. Die illokutionäre Bedeutung eines Sprechakts ist nicht mit der subjektiven Bedeutungsrekonstruktion durch die Kommunikationspartner identisch, sondern existiert vor und unabhängig von diesen.

Diese und andere metatheoretische Prämissen der Sprechakttheorie sind innerhalb von Sprachphilosophie und Linguistik nicht unbestritten geblieben (vgl. z.B. WUNDERLICH 1976a, b, c; BRAUNROTH u.a. 1975; STREECK 1980; CICOUREL 1980; GUMPERZ 1978; GOODWIN 1979).

In sprechakttheoretischer Terminologie lassen sich Kommunikationsprozesse als Abfolgen von aufeinanderfolgenden Sprechakten wechselnder Sprecher darstellen. SEARLE will die Sprechakttheorie als Teil und Prototyp einer allgemeinen Handlungstheorie verstanden wissen. Damit wird aber die interaktive Natur von Kommunikationsprozessen nicht explizit gemacht. Kommunikationsprozesse (sprachlicher und nichtsprachlicher Art) involvieren immer mindestens zwei kommunizierende Subjekte, einen Sprecher (Sender) und einen Hörer (Empfänger). Versteht man unter einem 'kommunikativen Ereignis' dasjenige Ereignis, daß im Aussenden und Empfangen einer Botschaft besteht, so sind am Zustandekommen eines kommunikativen Ereignisses immer beide Subjekte beteiligt. Jedes kommunikative Ereignis enthält auf der Seite des Sprechers (Senders) den Vollzug einer kommunikativen Handlung (eines Sprechaktes); der Vollzug dieser Handlung allein konstituiert aber noch nicht das kommunikative Ereignis; die Interpretation dieser Handlung durch den Hörer (Empfänger) muß hinzukommen.

Diese Auffassung von der dualen Natur kommunikativer Prozesse vertritt STREECK (1980). Für SEARLE (1969) dagegen ist die Grundeinheit der Analyse kommunikativer Prozesse nicht das kommunikative Ereignis (als Kombination aus einer kommunikativen Handlung und ihrer Interpretation), sondern die kommunikative Handlung selbst. Der Kommunikationsprozeß stellt sich nicht als eine Folge von kommunikativen Ereignissen, sondern von kommunikativen *Handlungen* desselben oder wechselnder Sprecher dar. Die Vernachlässigung der Hörerseite in dieser Konzeptualisierung des Kommunikationsprozesses wird überbrückt durch den von SEARLE nachdrücklich postulierten konventionellen Charakter von Sprechakten. Kommunikation als dualer Prozeß ist danach deshalb möglich, weil Sprecher und Hörer über ein gemeinsames Verständnis von den Regeln verfügen, nach denen Sprechakte produziert werden. Kommunikationsanalyse kann daher auf die Analyse von Sprechhandlungen reduziert werden.

> STREECK (1980) greift diesen Aspekt von SEARLEs Konzeptualisierung des Kommunikationsprozesses mit Bezug auf ein Beispiel aus einem Unterrichtsdiskurs an, in dem ein einziger illokutionärer Akt sukzessive durch verschiedene Teiläußerungen verschiedener Sprecher 'zusammengesetzt' wird. Es läßt sich kein individueller Akteur ausmachen; dennoch kommt ein gelungener Sprechakt zustande. Dieser Einwand ist m.E. nicht gravierend. Jede Handlungstheorie muß dem Faktum gerecht werden können, daß Handlungen manchmal von verschiedenen Akteuren bewerkstelligt werden. Das gilt auch für die Sprechakttheorie; SEARLEs Versuch der Reduktion von Kommunikationstheorie auf Handlungstheorie wird dadurch nicht berührt.

Gravierender sind die Einwände, die sich auf die Möglichkeit kommunikativer Mißverständnisse beziehen: Ein Sprechakt kann anders verstanden werden, als er gemeint war. Diese Möglichkeit wird auch von SEARLE nicht bestritten. Auch wenn die Bedeutung von Sprechakten überwiegend konventionell reguliert wird, so daß zwischen Kommunikationspartnern, die die linguistischen und außerlinguistischen Konventionen kennen, unter denen sie kommunizieren, keine Mißverständnisse auftreten dürften, so sind doch Fälle denkbar, in denen entweder die Konventionen nicht hinreichend präzise definiert sind oder Sprecher und Hörer verschiedene Auffassungen von den geltenden Konventionen haben. Mißverständnisse sind außerdem in Fällen möglich, in denen bestimmte situative physische oder psychische Voraussetzungen für einen korrekten Empfang einer kommunikativen Botschaft nicht gegeben sind. Die Wahrnehmungskanäle können durch externe Einflüsse gestört sein; der Sprecher kann zu leise sprechen, der Hörer kann abgelenkt oder aus irgendwelchen Gründen nicht empfangsbereit sein.

Auch bei völliger Übereinstimmung zwischen Sprecher und Hörer bezüglich der relevanten Konventionen für die Interpretation kommunikativer Handlungen kann es zu Mißverständnissen aufgrund von Störungen der Kommunikationskanäle kommen. Die Einheit von 'gesendeter' und 'empfangener' Botschaft ist also auch dann nicht gesichert, wenn die Konventionen für ihre Interpretation präzise, eindeutig und zwischen Sprecher und Hörer konsistent sind. Kommunikative Ereignisse sind auch bei striktester Konventionalität der Kommunikation nicht auf kommunikative Handlungen reduzierbar. 'Intendierte' und 'verstandene' Botschaft sind nicht notwendig identisch.

Es gibt verschiedene Lösungen für das Problem, wie das Verhältnis zwischen kommunikativen Handlungen und kommunikativen Ereignissen zu denken ist.

Eine radikale Lösung vertritt AUSTIN, wenn er zu den Gelingensbedingungen ('happiness conditions, felicity conditions') eines Sprechakts als eine der notwendigen Bedingungen die Tatsache rechnet, daß die Äußerung von den Kommunikationspartnern so verstanden wird, wie sie gemeint war ('securing of uptake', AUSTIN 1972). Mißverstandene Sprechakte sind damit zugleich mißlungene Sprechakte. Damit läßt sich der Kommunikationsprozeß wiederum als eine Folge kommunikativer Akte auffassen. Die AUSTINsche Lösung hat aber zur Konsequenz, daß der Kommunikationsprozeß in vielen Fällen entweder überhaupt nur selten geglückte Sprechakte enthält (bei restriktiver Auslegung der Bedingungen für 'securing of uptake') oder aber zwar aus einer Folge von überwiegend geglückten Sprechakten besteht, das aber lediglich deshalb, weil Interpretationsdifferenzen weitgehend ignoriert werden. Diese Lösung gerät auch dadurch in Schwierigkeiten, daß es sich bei der Sicherung des adäquaten Verstehens durch den Hörer um eine perlokutionäre Wirkung eines Sprechakts handelt, die nicht mit seiner illokutionären Funktion identisch ist, sondern diese erst ermöglicht. Der illokutionäre Charakter einer Äußerung würde damit von ihren perlokutionären Effekten abhängig; die Unterscheidung zwischen illokutionären und perlokutionären Funktionen unklar (BRAUNROTH u.a. 1975).

Eine radikale Lösung in entgegengesetzter Richtung vertritt STREECK (1980), der die Möglichkeit vielfältiger, in unterschiedlichem Grade abgestufter und in vielen Aspekten zum Tragen kommender Interpretationsdifferenzen zwischen Sprecher und Hörer für irreduzibel hält und daher betont, daß der Kommunika-

tionsprozeß als Sequenz kommunikativer Ereignisse aufgefaßt werden muß, die notwendig interaktiv konstituierte Einheiten der Kommunikation darstellen. Es wäre daher ein konzeptioneller Fehler, Sprechakte - oder allgemeiner kommunikative Akte - als Einheiten der Kommunikation zu bestimmen.

Die Lösung von SEARLE geht dahin, zunächst an der - einfacheren - Einheit des Sprechakts festzuhalten und eine Theorie der Sprechakte als Handlungstheorie zu entwickeln. Sprechakte können danach als Handlungen aufgefaßt werden: sie werden von einem Akteur (Sprecher) ausgeführt, sie sind mit bestimmten Intentionen verbunden, sie folgen bestimmten (sprachlichen und außersprachlichen) Regeln, sie finden in einem bestimmten sozialen und situativen Kontext statt, sie können glücken und mißglücken. Die Übereinstimmung der Interpretation zwischen Sprecher und Hörer ist keine notwendige Bedingung für das Gelingen eines Sprechakts, sondern ein empirisch mehr oder weniger zutreffender Sachverhalt, der an der illokutionären Bedeutung des Sprechakts nichts ändert.

Die Auseinandersetzungen über zentrale Prämissen der Sprechakttheorie werden - ganz wie in der Tradition der ordinary language philosophy - mit philosophischen Argumenten unter Heranziehung von Beispielen aus der Alltagskommunikation geführt. Andererseits ist die Sprechakttheorie bald nach ihren ersten Anfängen und zunehmend stärker als eine (wenn auch sehr generelle) sozialwissenschaftliche Theorie aufgefaßt worden und in diesem Sinn in verschiedenen empirischen Untersuchungen sprachlicher Kommunikationsprozesse angewendet worden. In der Folge sind auch einige ihrer Prämissen als empirisch gehaltvolle und empirisch prüfbare Aussagen aufgefaßt worden. So haben z.B. GORDON/LAKOFF (1971) und LAKOFF (1972) die GRICEschen Konversationsmaximen einer empirischen Prüfung unterzogen und für einige alltägliche Konversationssituationen nachgewiesen, daß sich die Gesprächsteilnehmer bei der Interpretation kommunikativer Handlungen tatsächlich an diese Maximen halten.

Es ist möglicherweise eine fruchtbare Perspektive im Umgang mit der Sprechakttheorie, das Problem der Gültigkeit bestimmter Prämissen als *empirisches* Problem aufzufassen, das je nach Forschungsgegenstand und Fragestellung neu zu lösen ist.

Die Problematik des Verhältnisses zwischen einem illokutionären Akt und seiner Interpretation mag je nach Kontext unterschiedlich komplex sein und in unterschiedlichem Ausmaß Differenzierungen im Forschungsvorgehen notwendig werden lassen.

> Die Interpretationen eines Sprechakts durch Sprecher, Hörer und neutralen Beobachter können in manchen Kommunikationssituationen vollständig identisch sein. "Gibst du mir mal den Zucker rüber?", am Frühstückstisch von Ehefrau zu Ehemann geäußert, wird von beiden und von einem anwesenden Dritten, normale Kontextbedingungen vorausgesetzt, in gleicher Weise interpretiert: als Bitte, die Zuckerdose über den Tisch zu reichen.
>
> Andererseits sind Situationen vorstellbar, in denen die Interpretation eines Sprechakts durch den Sprecher selbst von der des Adressaten abweicht, und wo beide Interpretationen mit der konventionell bestimmten illokutionären Bedeutung nicht übereinstimmen. Solche (in der Regel konflikthaften) Situationen treten gelegentlich beim Bridge-Spiel während des Bietprozesses auf, der sehr strengen, in "Konventionskarten" explizit kodifizierten Regeln unterworfen ist.

Bei der Verwendung sprechakttheoretischer Kategorien zur empirischen Analyse von Kommunikationsprozessen gibt es die Möglichkeit, das Zutreffen bestimmter Prämissen auf empirischem Wege zu kontrollieren, sei es durch Prüfung entsprechender Hypothesen oder - wie es in der Regel geschieht - durch Prüfung entsprechender Qualitätsstandards bei den spracheanalytischen Erhebungsinstrumentarien. Ob die illokutionäre Bedeutung konkreter Sprechakte in dem untersuchten Kommunikationsprozeß hinreichend präzise feststellbar ist, oder ob starke Interpretationsdivergenzen auftreten, wird dann zu einer Frage der Reliabilität und Validität der Meßverfahren.

Für die Untersuchung bestimmter Aspekte des 'offiziellen' Kommunikationsprozesses im Unterricht kann davon ausgegangen werden, daß die illokutionäre Bedeutung sehr vieler kommunikativer Handlungen durch die Vertrautheit aller Beteiligten mit den kommunikativen Regeln relativ eindeutig und unmißverständlich ist.[1] Die stereotype Wiederholung in der Anwendung kommunikativer

1) Die Untersuchung von REISS (1981), über die noch zu berichten ist, bezieht sich auf den Unterricht der späten Grundschuljahre. In dieser Altersstufe sind Kinder einerseits bereits mit dem System der Verhaltens- und Kommunikationsregeln in Schule und Unterricht vertraut; sie befinden sich andererseits noch nicht in einem Alter, in dem entwicklungspsychologisch bedingte Konflikte über die Gültigkeit von Regeln sozialen und kommunikativen Verhaltens einsetzen (BROPHY/EVERTSON 1976; BROPHY/PUTNAM 1979; vgl. REISS 1981, 121).

Schemata (vgl. 1.) im Unterricht erleichtert für die Beteiligten und für außenstehende Beobachter die Identifikation der zugehörigen Sprechhandlungen. Ob die Annahme der eindeutigen Interpretierbarkeit von Sprechakten freilich in hinreichendem Maße einlösbar ist, kann erst bei der Konstruktion und Evaluierung der entsprechenden Meßverfahren entschieden werden (vgl. dazu 6.).

5. Signale als spezielle kommunikative Akte

In Phasen öffentlicher Kommunikation im Unterricht (Plenumsphasen) werden die handlungsorientierenden Signale im Sinn von KOUNIN (1978) im Verlauf des Kommunikationsprozesses von den Kommunikationsteilnehmern produziert. Jeder Schüler ist aufgefordert, dem Kommunikationsprozeß fortlaufend Informationen darüber zu entnehmen, welche Aktivität jeweils von ihm gefordert ist: zuhören, an die Tafel blicken, nachdenken etc. Es ist daher naheliegend, kommunikative Handlungen, die alle Schüler zu einer bestimmten Aktivität auffordern, als 'Signale' zu bezeichnen. Solche kommunikativen Handlungen gehören nach der Klassifikation von SEARLE (1976) zu den illokutionären Akten vom Typ der 'Direktiven'.

> Kommunikative Handlungen des Lehrers mit unmittelbar an alle Schüler gerichteter direktiver Intention sind z.B. Aufforderungen des Lehrers, die Hefte zu schließen, oder sprachliche Äußerungen, die von den Schülern mitgeschrieben werden sollen (Diktate).

Der überwiegende Teil der kommunikativen Handlungen, aus denen der öffentliche Unterrichtsdiskurs besteht, ist allerdings nicht unmittelbar an alle Schüler adressiert, sondern an einzelne Schüler oder an den Lehrer. Dennoch fungieren viele dieser kommunikativen Handlungen als Signale. Das liegt an dem u.a. von WUNDERLICH (1972, 40) konstatierten Phänomen, daß eine Sprechhandlung simultan verschiedene Adressaten haben kann und bezüglich verschiedener Adressaten auch verschiedene illokutionäre Bedeutungen haben kann.

> Die Äußerung "Wenn du meinen kleinen Bruder noch mal ärgest, verhaue ich ich dich!" hat, in Anwesenheit des kleinen Bruders geäußert, in bezug auf den Angesprochenen den illokutionären Charakter einer Warnung, bezüglich des kleinen Bruders die Bedeutung eines Versprechens.

Im Unterrichtsdiskurs tritt das Phänomen der *multiplen Adressaten* sehr häufig auf: obwohl eine kommunikative Handlung explizit an eine bestimmte Person gerichtet ist, hat sie implizit die ganze Klasse als Adressaten. Der öffentli-

che Diskurs ist nicht nur öffentlich in dem Sinn, daß er vor einem Publikum stattfindet, sondern das Publikum (die Klasse) ist der eigentliche Adressat des Diskurses.

Das gilt insbesondere für die kommunikativen Akte, aus denen sich das Schema der 'Elizitierungssequenzen' (MEHAN 1979) zusammensetzt: Lehrerfragen, Schülerantworten, Lehrerkommentare (vgl. 1.). Jeder dieser Akte ist, unabhängig von seinem unmittelbaren Adressaten, an alle (anderen) Schüler gerichtet und fordert sie zu einer bestimmten (vorwiegend kognitiven) Aktivität auf: über die Frage nachzudenken, die Antwort des Mitschülers zu registrieren und mit der eigenen Antwort zu vergleichen, den Kommentar des Lehrers als Information über die Angemessenheit der Schülerantwort aufzufassen und deren propositionalen Gehalt dementsprechend in den eigenen Wissensbestand zu integrieren (vgl. REISS 1981, 42ff). Die kommunikativen Akte dieser Sequenz haben, bezogen auf die Klasse als Adressaten, implizit die illokutionäre Bedeutung von Direktiven.

Der KOUNINsche Signalbegriff kann also (für Plenumsphasen) in sprechakttheoretischer Terminologie folgendermaßen spezifiziert werden:

'Signale' sind kommunikative Handlungen im Unterrichtsdiskurs, die mittelbar oder unmittelbar an alle Schüler gerichtet sind und bezüglich dieser Adressaten explizit oder implizit den illokutionären Charakter von Direktiven haben.

Da jede kommunikative Handlung im offiziellen Unterrichtsdiskurs u.U. Signalfunktion tragen kann, also ein potentielles Signal darstellt, ist beim Beginn einer kommunikativen Handlung in der Regel noch nicht klar, ob sie handlungsorientierende Bedeutung für alle Schüler haben wird oder nicht. Es kann sich im Verlauf einer Äußerung herausstellen, daß es sich gar nicht um ein echtes Signal handelt: das Signal ist 'leer'. Es ist daher sinnvoll, innerhalb der (potentiellen) Signale zwischen 'orientierenden Signalen' im Sinn der obigen Präzisierung der Definition des Signalbegriffs von KOUNIN (1978) einerseits, 'leeren Signalen' andererseits zu unterscheiden.

'Leere Signale' sind kommunikative Handlungen im Unterrichtsdiskurs, die weder unmittelbar noch mittelbar an alle Schüler adressiert sind oder bezüglich dieser Adressaten nicht den illokutionären Charakter von Direktiven haben.

Einige Beispiele sollen illustrieren, wie kommunikative Akte beschaffen sind, die als 'leere Signale' fungieren (für weitere Beispiele vgl. REISS 1981, 44ff und Anhang):

- "Wo habe ich denn meine Folie hingesteckt? Petra, habe ich sie auf deinem Tisch liegenlassen? Ach nein, ich sehe schon, hier vorne ist sie." (L)
- "Frau Müller, der Peter schubst mich immer." (S)
- "Halt mal die Kreide andersrum. Die andere Seite ist trocken, glaub ich." (L)
- "Christian, dreh dich bitte zur Tafel. Das Buch brauchst du im Moment nicht." (L)
- "Angelika, wo sind denn deine Hausaufgaben vom sechsundzwanzigsten? Hier im Heft sind sie nicht." (L)

Unter der Voraussetzung, daß sich der öffentliche Unterrichtsdiskurs als eine Sequenz aufeinanderfolgender kommunikativer Akte darstellen läßt (vgl. 3.), kann man jeden einzelnen kommunikativen Akt als 'orientierendes' oder 'leeres' Signal klassifizieren und erhält so eine - unregelmäßig alternierende - Sequenz 'orientierender' und 'leerer' Signale. Diese *Signalsequenz* ist eine gute Approximation an das faktische Signalsystem dieses Unterrichtsabschnitts (vgl. REISS 1981, 50f). Die 'leeren Signale' in der Signalsequenz repräsentieren dabei die Diskontinuitäten im Signalsystem im Sinne der Kontinuitätshypothese (KOUNIN 1978; vgl. 2.).

Im folgenden werden Methodik und Befunde einer Untersuchung zur Handlungssteuerung im Mathematikunterricht dargestellt, in der auf der Basis der bisher skizzierten theoretischen Überlegungen Erhebungsinstrumente entwickelt wurden, die es erlauben, Signale und Signalsequenzen im Unterrichtsdiskurs auf empirischem Weg zu identifizieren und daraus das jeweilige Signalsystem zu rekonstruieren. Ziel der Untersuchung war die Überprüfung der KOUNINschen Kontinuitätshypothese in ihrer linguistischen Fassung. Damit sollte nicht nur ein Beitrag zur Classroom-Management-Forschung geleistet, sondern es sollten zugleich die zugrundeliegenden sprechakttheoretischen Konzeptionen validiert werden. Für den Fall, daß sich die Kontinuitätshypothese in ihrer linguistischen Fassung durch die Daten bestätigen lassen würde, wäre damit zugleich die Brauchbarkeit ihrer sprechakttheoretischen Präzisierung und die Validität der Erhebungsinstrumente belegt. Die Befunde ergeben in der Tat eine deutliche Bestätigung für die Kontinuitätshypothese.

6. Methodik und Befunde einer Untersuchung zum Mathematikunterricht

Auf der Basis dieser Definition des Signalbegriffs wurde 1979/80 eine empirische Untersuchung am Mathematikunterricht des 4. Schuljahrs durchgeführt (REISS 1981). Beteiligt haben sich 13 verschiedene Lehrer und Klassen aus zehn Grundschulen in Nordrhein-Westfalen. In jeder Klasse wurde eine Doppelstunde Mathematikunterricht unter möglichst natürlichen, nicht-reaktiven und vergleichbaren Bedingungen mit zwei Videokameras und auf mehreren Tonspuren aufgezeichnet. Das Untersuchungsdesign sah eine Oberprüfung des Zusammenhangs zwischen zwei Variablengruppen vor:

(a) der Effizienz der Ablaufsteuerung, gemessen über die durchschnittlichen Raten des Mitarbeits- und Störverhaltens der Schüler der jeweiligen Klasse während des gesamten Unterrichts;

(b) der Kontinuität des Signalsystems, gemessen über Charakteristika der zeitlichen Verteilung von Diskontinuitäten des Signalsystems.

Für die endgültige Datenauswertung wurden acht der 13 Untersuchungseinheiten ausgewählt. Zur Sicherung der internen Validität der Befunde wurde mit größter Sorgfalt darauf geachtet, daß sich diese acht Untersuchungseinheiten bezüglich relevanter Kontrollvariablen nicht unterscheiden. Bei zu starker Heterogenität der Stichprobe wären die gefundenen Zusammenhänge zwischen den beiden interessierenden Variablengruppen nicht mehr interpretationsfähig gewesen.

Kontrollvariable, bezüglich derer akzeptable Homogenität vorliegt, sind:

Altersstufe (4. Schuljahr), Schulfach (Mathematik), Stoffgebiet (Rechnen, keine Geometrie), Anzahl der Schüler in der Klasse (22 bis 26), Anteil der Jungen (41 bis 53 %), Zusammensetzung der Klasse nach der sozialen Herkunft der Schüler (überwiegend untere Mittelschicht), Anzahl der Ausländerkinder in der Klasse (keine), Anzahl der von der Lehrkraft als verhaltensauffällig bezeichneten Schüler (keine), mittleres Leistungsniveau der Klasse in Mathematik im Vergleich mit anderen 4. Klassen nach Meinung der Lehrkraft ('durchschnittlich'), durchschnittliches Niveau angemessenen Verhaltens in der Klasse nach Einschätzung der Lehrkraft ('angenehm zu unterrichten'), Zeitpunkt der Datenerhebung im Schuljahr, Zeitpunkt der Datenerhebung am Schulalltag, Darstellung des Forschungsvorhabens gegenüber der Lehrkraft und den Schülern, Verhalten des Aufnahmeteams.

Die Variablengruppe (a) Effizienz der Ablaufsteuerung in der jeweiligen Untersuchungseinheit wurde anhand des Videomaterials durch Beobachtung des Verhaltens der Schüler bestimmt. Dabei wurde ein in Anlehnung an KOUNIN (1970) und KOUNIN/GUMP (1974) entwickeltes Verfahren angewendet, bei dem in jeder Klasse eine repräsentative[1] Stichprobe von Schülern ausgewählt und deren Verhalten in einem festen Zeitrhythmus in zyklischer Reihenfolge beobachtet und beurteilt wird. In Übereinstimmung mit gängigen Untersuchungen dieser Art (vgl. LEINHARDT/SEEWALD 1980; STALLINGS 1980; BERLINER 1979; KOUNIN 1970; KOUNIN/GUMP 1974; HOSS 1978; RHEINBERG/HOSS 1979) wurden zwei unabhängig konzipierte, jeweils zweistufige Beurteilungsdimensionen verwendet: *Mitarbeitsverhalten* (Verhalten, das erkennen läßt, daß der Schüler dem Unterricht aufmerksam folgt oder eine unterrichtsbezogene Tätigkeit ausführt) und *Störverhalten* (Verhalten, das geeignet ist, andere Schüler abzulenken oder den Unterrichtsablauf zu beeinträchtigen). Beide Verhaltensdimensionen wurden durch Listen von Verhaltensbeispielen operationalisiert. Nach längerem Beobachtertraining lag die Übereinstimmung zwischen zwei unabhängig arbeitenden Beobachtern in der Beurteilung des Schülerverhaltens bei 93,2 % aller Kodierungsintervalle. Die Interkorrelation zwischen den durchschnittlichen Raten des Mitarbeits- und Störverhaltens über das ganze Material hinweg war mit $r = -.84$ hochsignifikant ($p < .001$). Die durchschnittlichen Raten des Mitarbeits- und Störverhaltens konnten daher als zwei verwandte Maße für die Charakterisierung des Gesamtverhaltens der Klasse in jeder Untersuchungseinheit verwendet werden. Die Varianz zwischen den acht Untersuchungseinheiten bezüglich dieser beiden Maße war beträchtlich. Bei der Untersuchungseinheit mit der effizientesten Ablaufsteuerung lag die Rate des Mitarbeitsverhaltens bei 71 %, die Rate des Störverhaltens bei 4 %.[2] In der Unsuchungseinheit mit am wenigsten effizienter Ablaufsteuerung lagen die entsprechenden Werte bei 56 % bzw. bei 21 %.

---

1) Repräsentativ nach Geschlecht, Sitzplatz im Klassenraum und allgemeiner Lebhaftigkeit des Verhaltens.

2) Diese Werte bedeuten anschaulich etwa folgendes: Würde man vom Unterricht dieser Untersuchungseinheit zu einem beliebigen Augenblick innerhalb der beiden dokumentierten Unterrichtsstunden eine Momentaufnahme herstellen und das Verhalten jedes einzelnen Schülers in diesem Augenblick beurteilen, so würden sich (im Mittel) fast drei Viertel aller Schüler unterrichtsbezogen verhalten, und lediglich ein einziger Schüler würde Störverhalten an den Tag legen. Die übrigen sechs bis acht Schüler würden unterrichtsfremdes, aber nicht unbedingt störendes Verhalten (träumen, aus dem Fenster blicken) zeigen.

Die Variablengruppe (b) - Kontinuität des Signalsystems - wurde nicht anhand der Videoaufnahmen, sondern anhand von Transkriptionen des Unterrichtsdiskurses bestimmt.

Das gesamte Material der acht Untersuchungseinheiten (mit Ausnahme der Stillarbeitsphasen, die insgesamt etwa 35 % der dokumentierten Unterrichtszeit ausmachen) wurde transkribiert. Die Transkripte enthalten alle verbalen Äußerungen der jeweiligen Lehrkraft, alle Äußerungen von Schülern, die zum offiziellen Unterrichtsdiskurs gehören, und alle übrigen Schüleräußerungen, die sich so deutlich vom gesamten Geräuschpegel abheben, daß sie vermutlich von allen Schülern gehört werden konnten. Zahlreiche paralinguistische Details (z.B. Änderungen in der Tonhöhe oder Lautstärke, begleitende Handbewegungen) wurden protokolliert, sämtliche nonverbalen kommunikativen Handlungen des Lehrers (z.B. Öffnen der Tafel, Anschreiben eines Texts, Aufruf per Handbewegung und Blickkontakt) und einige von Schülern (z.B. Anschreiben einer Aufgabenlösung, Hochhalten einer Schrifttafel) wurden beschrieben. Ziel der Transkribierung war es, möglichst alle diejenigen audiovisuell kodierten Informationen in schriftlicher Form wiederzugeben, die dazu notwendig waren, um eine kommunikative Handlung gegenüber anderen vorauslaufenden, nachfolgenden und gleichzeitigen kommunikativen Handlungen abzugrenzen und sie - im zweiten Schritt - als kommunikative Handlung eines bestimmten Typs zu identifizieren.[1] Soweit bei der Kodierung des Transkriptmaterials Unklarheiten auftraten - in der Regel immer dann, wenn das Transkript nicht genügend paralinguistische und/oder kontextbeschreibende Details enthielt - wurde auf das Videomaterial selbst zurückgegriffen; nach längerem Training stimmten zwei unabhängig arbeitende Kodierer in der überwiegenden Mehrzahl aller Fälle (85 %) in der Zuordnung einer Äußerung zu einem bestimmten Typ einer kommunikativen Handlung überein.

Die Klassifikation der kommunikativen Handlungen geschah nach einem speziell für diese Untersuchung entwickelten Kategoriensystem, das 15 verschiedene Aktkategorien vorsah. Die Entwicklung dieses Systems geschah in Anlehnung an das Kategorienschema von SINCLAIR/COULTHARD (1977). Dieses Schema gilt als

1) In der Terminologie von EHLICH/REHBEIN (1976a) handelt es sich bei diesem Vorgehen um ein 'halbinterpretatives Textverfahren'.

eins der linguistisch fortgeschrittensten Analyseschemata für die Unterrichtssprache (KRUMM 1977a). Es vermeidet die Vermengung linguistischer und pädagogischer Terminologie, wie sie für viele in der Unterrichtsforschung verwendeten Beobachtungssysteme charakteristisch ist, und verwendet als analytischen Grundbegriff den des kommunikativen Aktes.[1]

Das Analyseschema enthält 22 Typen kommunikativer Akte, die im folgenden aufgelistet werden (vgl. dazu SINCLAIR/COULTHARD 1977, 70ff):

- markieren
- starten
- auslösen
- sich vergewissern
- anweisen
- informieren
- antreiben
- einhelfen
- zum Melden auffordern
- sich melden
- aufrufen
- zur Kenntnis nehmen
- antworten
- ausführen
- erläutern
- akzeptieren
- bewerten
- betonte Pause
- Meta-Aussagen machen
- zusammenfassen
- nachfragen
- beiseite sprechen.

Die einzelnen Akttypen werden jeweils beschrieben durch ihre 'Funktion' (illokutionäre Intention), durch die Charakterisierung kontextueller Voraussetzungen, durch die Angabe von typischen grammatischen Formen bzw. nonverbalen Handlungen, durch die sie realisiert werden können, sowie durch Beispiele.

Es war nicht möglich, das Analyseschema von SINCLAIR/COULTHARD (1977) unmodifiziert zu übernehmen. Der Grund dafür liegt nicht darin, daß das Schema von SINCLAIR/COULTHARD (1977) etwa lückenhaft[2] oder nicht auf andersartigen Unter-

1) SINCLAIR/COULTHARD (1977) definieren den Begriff des kommunikativen Aktes nicht, verwenden ihn aber so, daß er sowohl Sprechakte (im Sinn von AUSTIN 1972) als auch die nonverbalen Entsprechungen von Sprechakten ('Embleme', EFRON 1941; EKMAN/FRIESEN 1966) umfaßt.

2) Kleinere Mängel im Sinn einer Unvollständigkeit des Schemas sind allerdings feststellbar. Das Schema enthält z.B. keine separate Aktkategorie für Äußerungen, mit denen der Lehrer einen Schüler ermahnt oder zurechtweist.

richt übertragbar[1] gewesen wäre. Modifikationen waren vielmehr notwendig, weil die Fragestellung der hier dargestellten Untersuchung dazu zwang.

Kategorienschemata können niemals per se gut oder schlecht sein, sondern nur relativ auf bestimmte theoretische oder praktische Zwecke. SINCLAIR/COULTHARD (1977) waren primär daran interessiert, sprechakttheoretische Begriffe an lebendigem Diskursmaterial zu konkretisieren und nachzuweisen, daß man mit einer begrenzten Kategorienzahl (22) zu einer sinnvollen Rekonstruktion des Unterrichtsdiskurses gelangen kann. Ihre Vorgehensweise ist relativ materialnah (data-driven, bottom-up) und nicht theoriegebunden (theory-driven, top-down). Daher haftet dem Analyseschema an vielen Stellen eine gewisse Beliebigkeit an.[2] Andererseits haben die Autoren bei diesem Vorgehen einen im Unterrichtsdiskurs häufig vorkommenden Typ kommunikativer Handlungen entdeckt, der bis dahin in der einschlägigen Literatur kaum bekannt war.[3]

Für die Zwecke der hier referierten Untersuchung war das Schema von SINCLAIR/COULTHARD (1977) stellenweise zu fein, d.h. es enthielt unnötig differenzierte und sogar gänzlich überflüssige Kategorien[4], stellenweise zu grob.[5] Daher wurde, ausgehend von diesem Schema und in ständiger Erprobung am Transkriptmaterial, ein eigenes Schema entwickelt, das folgende 15 Aktkategorien enthält (vgl. REISS 1981, 59ff):

---

1) Das Schema ist am muttersprachlichen Unterricht englischer Schüler des 4. Schuljahrs entwickelt worden.

2) So wird nicht durchgängig zwischen kommunikativen Handlungen von Lehrern und Schülern unterschieden. Die Kategorie des 'Auslösens' umfaßt z.B. alle kommunikativen Äußerungen (Fragen), die zu einer sprachlichen Reaktion auffordern. Dazu gehören alle didaktischen Fragen des Lehrers ("Wer erklärt mal, wie man das rechnet?"), aber auch alle Äußerungen, mit denen ein Schüler um eine Erlaubnis nachsucht ("Darf ich mal zur Toilette gehen?"). Die Autoren geben keine Gründe dafür an, warum sie derart heterogene kommunikative Handlungen einer einzigen Aktkategorie zuweisen.

3) Es handelt sich um den Akttyp des 'Markierens', realisiert durch Wendungen des Lehrers wie 'Gut!', 'So!', 'Jawohl.','Das war's'., mit denen Abgrenzungen im Diskursverlauf indiziert werden. Auf Akte des Markierens folgt in der Regel eine längere ('betonte') Pause.

4) So wurde etwa die Kategorie des 'Sich-Meldens' vollständig eliminiert (zur Begründung vgl. REISS 1981, 57f).

5) Es erwies sich als notwendig, keine Kategorien zuzulassen, die kommunikative Handlungen von Lehrern *und* Schülern enthielten.

- Didaktische Fragen
- Schülerantworten darauf (auch nonverbaler Art)
- Lehrerkommentare dazu
- Erläuterungen des Lehrers
- Erteilen einer Äußerungserlaubnis durch den Lehrer
- initiative Schüleräußerungen
- Informationsfragen des Lehrers
- Schülerantworten dazu
- Lehrerantworten auf initiative Schüleräußerungen bzw. Kommentare zu Schülerantworten auf Informationsfragen
- Aufforderungen an alle Schüler, gleichzeitig etwas zu tun
- Ankündigungen
- Prozeßkommentare
- organisatorische Hinweise für einzelne Schüler
- Ermahnungen
- Selbstgespräche des Lehrers.

Die einzelnen Akte wurden charakterisiert durch ihre illokutionäre Intention, ihre kontextuellen Voraussetzungen, Akteur(e) und Adressat(en), durch ihre Stellung im Diskurs, durch mögliche Realisierungsformen und prototypische Beispiele (zum Vergleich dieses Schemas mit dem von SINCLAIR/COULTHARD 1977, vgl. REISS 1981, 77ff).

Dieses Kategoriensystem sollte folgende Konditionen erfüllen:

(1) Es sollte, wie alle empirisch sinnvollen Kategorienschemata, disjunkt und vollständig sein, d.h. jeder im Material auftretende kommunikative Akt sollte einem und nur einem Akttyp zugeordnet werden können.

Diese Forderung wurde durch Angabe von Abgrenzungs- bzw. Präferenzregeln für einzelne Aktkategorien erfüllt. Es war nicht notwendig, eine Rest- oder Sammelkategorie hinzuzufügen; jede der 15 Kategorien ist inhaltlich spezifiziert.

(2) Das Kategorienschema sollte insofern an die Theorie der Signalsysteme adaptiert sein, daß jeder klassifizierbare kommunikative Akt zugleich ein potentielles (orientierendes oder leeres) Signal darstellen sollte. Die Analyseeinheit für kommunikative Akte und Signale sollte dieselbe sein.

Im Unterricht kommen selbstverständlich mehr kommunikative Handlungen als Signale vor; nicht jede kommunikative Handlung - z.B. eine leise Schüleräußerung, die nur für den Nachbarn verständlich ist - ist zugleich ein Signal für alle übrigen Schüler. Eine solche Äußerung fungiert weder als orientierendes Signal, da sie nicht an alle Schüler adressiert ist, noch als leeres Signal, da sie den Fluß der orientierenden Signale auf-

grund ihrer geringen akustischen Wahrnehmbarkeit nicht unterbricht. Bei der Herstellung der Transkripte war dies bereits dadurch berücksichtigt worden, daß nur offizielle und/oder akustisch prägnante Schüleräußerungen aufgenommen worden waren. Außerdem wurde diese Forderung dadurch berücksichtigt, daß die Analyseeinheiten verhältnismäßig klein gewählt wurden, damit nicht eine kommunikative Handlung im Verlauf ihrer Ausführung sukzessive mehrere Signalfunktionen tragen konnte.

(3) Das Kategorienschema sollte so weit differenziert sein, daß sich eine eindeutige Anordnung der Typen kommunikativer Akte zu den beiden Signaltypen (der orientierenden und der leeren Signale) ergab. Akte, die demselben Akttyp zugeordnet wurden, sollten auch in gleicher Weise als Signale fungieren.

Diese Forderung wird durch das entwickelte Kategorienschema nicht vollständig eingelöst. Unter den 15 Typen kommunikativer Akte fanden sich, wie die Materialauswertung ergab, drei Typen, bei denen keine eindeutige Zuordnung zu einem bestimmten Signaltyp möglich war.[1] In diesen drei Fällen gelang es aber, innerhalb der drei fraglichen Kategorien eine Differenzierung nach illokutionären Intentionen vorzunehmen, die genau der Differenzierung ihrer Signalfunktion entsprach.

Die Anwendung des Kategorienschemas auf das Transkriptmaterial durch zwei unabhängige Kodierer ergab bei 85 % aller kommunikativen Akte übereinstimmende Zuweisung zu einer Aktkategorie. Die Reliabilität des Verfahrens liegt damit in der Größenordnung üblicher Unterrichtsbeobachtungsverfahren; Vergleichswerte aus diskursanalytischen Untersuchungen liegen nicht vor. Wie nach früheren Untersuchungen (vgl. 1.) zur Unterrichtssprache zu erwarten war, entfielen mehr als die Hälfte aller kommunikativen Akte (53,8 %) auf die Akte des Elizitierungsschemas: Lehrerfrage, Schülerantwort, Lehrerkommentar (vgl. REISS 1981, zur detaillierten Darstellung der Befunde).

Anschließend an die Klassifikation jeder kommunikativen Handlung in eine der 15 Aktkategorien wurde eine Zuordnung derselben Einheiten zu den beiden Sig-

1) Es handelt sich um kommunikative Akte vom Typ der 'Ermahnungen', der 'Prozeßkommentare' und der 'Informationsfragen'. Äußerungen, die in diese Kategorien fallen, fungieren überwiegend als leere Signale. Sie können aber auch an Grenzstellen zwischen zwei Diskursabschnitten auftreten und eine Abgrenzung im Diskursverlauf markieren; dann fungieren sie als orientierende Signale (vgl. REISS 1981, 99ff).

naltypen der 'orientierenden' und der 'leeren' Signale (vgl. 5.) vorgenommen. Die Obereinstimmung zwischen den Kodierern lag im Mittel über das gesamte Transkriptmaterial immer noch bei 82 % aller kodierten Einheiten. Für jede dieser Einheiten (kommunikative Akte bzw. Signale) wurde zusätzlich anhand der Videoaufnahmen die zeitliche Dauer (in Sekunden) bestimmt. Mit den so ermittelten Daten ließ sich jetzt für jede der acht Klassen die Signalsequenz als Sequenz unregelmäßig alternierender orientierender und leerer Signale unterschiedlicher zeitlicher Dauer abbilden.

Da die leeren Signale die Diskontinuitäten in der Signalsequenz darstellen, ließen sich nun die Diskontinuität des Signalsystems durch die zeitliche Verteilung leerer Signale in der Signalsequenz ausdrücken. Es wurden *zwei Maße für die Diskontinuität des Signalsystems* verwendet:

(a) der Prozentsatz der Zeit, der auf die leeren Signale in der Signalsequenz, d.h. auf die Diskontinuitäten im Signalsystem entfällt,

(b) die mittlere Dauer von Zeitabschnitten, in denen ausschließlich leere Signale vorkommen, d.h. von zusammenhängenden Diskontinuitäten im Signalsystem.

Beide Maße sollten, falls die Kontinuitätshypothese zutrifft, mit den Raten des Mitarbeits- und Störverhaltens kovariieren. Ein Signalsystem mit zahlreichen Unterbrechungen im Signalfluß sollte sich ebenso ungünstig auf das Schülerverhalten auswirken wie ein Signalsystem mit zeitlich ausgedehnten Unterbrechungen. Umgekehrt sollten Signalsysteme mit relativ seltenen und jeweils nur kurz dauernden Diskontinuitäten mit hohen Mitarbeitsraten und geringen Raten des Störverhaltens einhergehen.

Die statistische Auswertung[1] ergab eine deutliche Bestätigung für diese Annahmen und damit für die KOUNINsche Kontinuitätshypothese. Die Befunde sind in den folgenden Abbildungen 1 und 2 dargestellt.

---

1) Zu den Details vgl. REISS 1981, 157f.

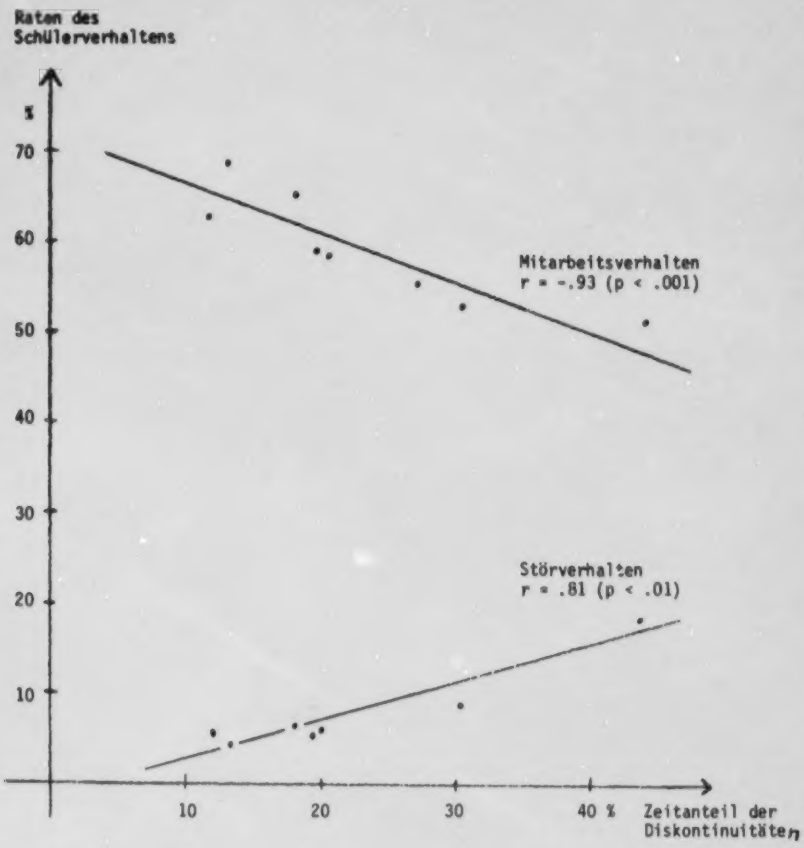


Abbildung 1: Zusammenhang zwischen dem Zeitanteil, der auf Diskontinuitäten im Signalsystem entfällt, und den Raten des Mitarbeitsverhaltens bzw. des Störverhaltens der Schüler in Plenumsphasen

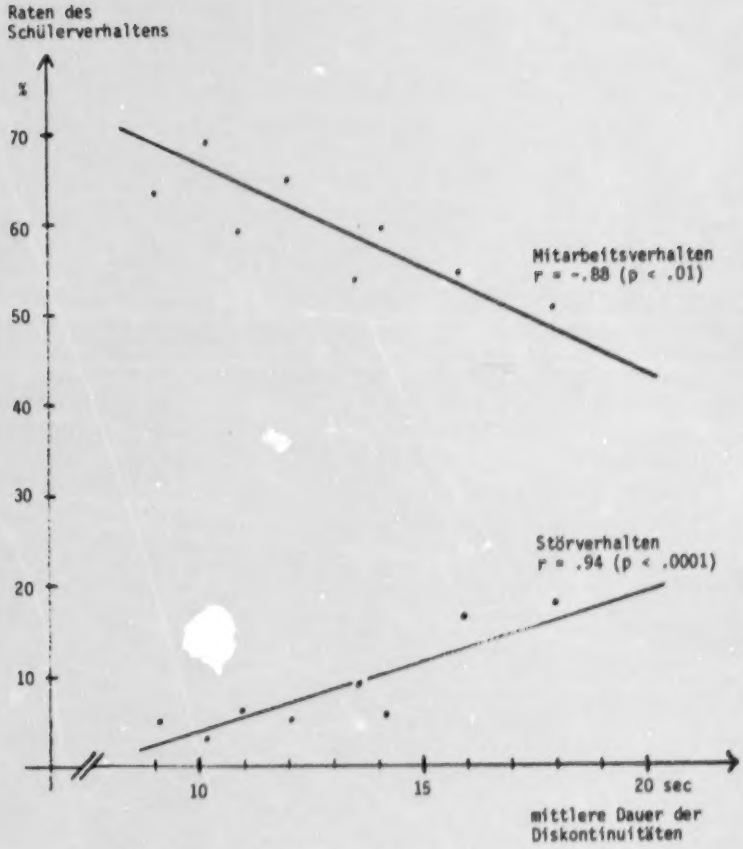


Abbildung 2: Zusammenhang zwischen der mittleren Dauer von zusammenhängenden Diskontinuitäten im Signalsystem und den Raten des Mitarbeitsverhaltens bzw. des Störverhaltens der Schüler

Der auf leere Signale (Diskontinuitäten) entfallende Zeitanteil schwankt bei den acht Untersuchungseinheiten zwischen 11,2 % und 44,6 %, d.h. im Unterricht mit effizienter Ablaufsteuerung stehen den Kindern in nahezu neun Zehnteln der Zeit orientierende Signale zur Verfügung, während im Unterricht mit weniger effizienter Ablaufsteuerung über die Hälfte der Zeit keine orientierenden Signale vorhanden sind. Bei sehr effizienter Ablaufsteuerung treten außerdem lange Unterbrechungen im Signalfluß (länger als 50 Sekunden) nicht auf. Die mittlere Dauer von Unterbrechungen beträgt nur etwa zehn Sekunden, während sie bei der Untersuchungseinheit mit geringster Steuerungseffizienz bei 19 Sekunden liegt.

Die Korrelationen zwischen den Maßen für die (Dis)Kontinuität des jeweiligen Signalsystems und den Raten des Mitarbeits- und Störverhaltens sind alle mindestens auf dem 1 %-Niveau signifikant.[1]

> Die Daten erlauben darüber hinaus eine Analyse der Diskontinuitäten im Hinblick darauf, durch welche kommunikativen Akte sie repräsentiert werden. Es handelt sich bei leeren Signalen überwiegend um kommunikativen Akte, die zu 'privaten Interaktionen' (BROPHY/GOOD 1974) zwischen dem Lehrer und einzelnen Schülern innerhalb des offiziellen Unterrichtsdiskurses gehören (vgl. REISS 1981, 205ff).

Die außerordentlich große Stärke der gefundenen Zusammenhänge - die allerdings noch einer Kreuzvalidierung an verwandten Daten bedürfte - weist nicht nur darauf hin, daß die KOUNINsche Signalsystemtheorie einen fruchtbaren Erklärungsansatz für Steuerungsprozesse im Unterricht darstellt, sie ist gleichzeitig ein Beleg dafür, daß ihre linguistische Konzeptionalisierung mit Hilfe der Sprechakttheorie zur Erklärung der kommunikativen Steuerung von Schüleraktivitäten im Unterricht beitragen kann.

---

1) Zu möglichen kausalen Interpretationen der Zusammenhänge vgl. REISS 1981, 203ff; zur Frage der externen Validität der Befunde 112ff.

Literatur

Austin, J.L.: How to do things with words. Oxford: Clarendon Press 1962.

Austin, J.L.: Zur Theorie der Sprechakte. Stuttgart 1972.

Bachmair, G.: Unterrichtsanalyse. Weinheim, Beltz Verlag 1974.

Bellack, A.A./Davitz, J.R.: The language of the classroom: Meanings communicated in high school teaching. New York: Institute of Psychological Research, Teachers College, Columbia University 1963.

Bellack, A.A./Kliebard, H.M./Hyman, R.T./Smith, F.L.: The language of the classroom. New York: Teachers College Press, Columbia University 1966.

Berliner, D.C.: Tempus educare. In: Peterson, P.L./Walberg, H.J. (Hrsg.): Research on teaching: Concepts, findings, and implications. Berkeley, California: McCutchan 1979.

Bloom, B.S.: Human characteristics and school learning. New York: McGraw-Hill 1976.

Braunroth, M./Seyfert, G./Siegel, K./Vahle, F.: Ansätze und Aufgaben der linguistischen Pragmatik. Frankfurt 1975.

Brophy, J.E.: Advances in teacher research. Journal of classroom interaction, 1979, 15, 1-7.

Brophy, J.E./Evertson, C.M.: Learning from teaching. Boston: Allyn & Bacon 1976.

Brophy, J.E./Good, T.L.: Teacher-student relationship - Causes and consequences. New York: Holt, Rinehart & Winston, Inc. 1974.

Brophy, J.E./Putnam, J.G.: Classroom management in the elementary grades. In: Duke, D.L. (Hrsg.): Classroom management. The 78th Yearbook of the National Society for the Study of Education. Chicago: University of Chicago Press 1979, 182-216.

Carroll, J.B.: A model for school learning. Teacher's College Record, 1963, 64, 723-733.

Cicourel, A.V.: Three models of discourse analysis: The role of social structure. Discourse Processes, 1980, 3, 101-132.

Clark, H.H./Clark, E.V.: Psychology and language. An instruction to psycholinguistics. New York: Harcourt Brace Janovich 1977.

Cooley, W.W./Lohnes, P.R.: Evaluation research in education. New York: Irvington Press 1976.

Corey, S.M.: The teachers out-talk the pupils. The School Review, 1940, 48, 745-752.

Dittel, W.: Intention und Kommunikation. Beitrag zu einer Theorie der Bedeutung. Meisenheim 1979.

Doyle, W.: Making managerial decisions in classrooms. In: Duke, D.L. (Hrsg.): Classroom management. The 78th Yearbook of the NSSE. Chicago: University of Chicago Press 1979, 42-74.

Dubs, R.: Aspekte des Lehrerverhaltens. Theorie, Praxis, Beobachtung. Ein Beitrag zum Unterrichtsgespräch. Zürich: Verlag des Schweizerischen Kaufmännischen Verbandes 1978.

Duncan, S.D.: Nonverbal communication. Psychological Bulletin, 1969, 72, 118-137.

Duncan, S.D./Fiske, D.W.: Face to face interaction. New York: Wiley 1977.

Dunkin, M./Biddle, B.: The study of teaching. New York: Holt, Rinehart & Winston 1974.

Efron, D.: Gesture and environment. New York: Kings Crown 1941.

Ehlich, K./Rehbein, J.: Halbinterpretative Arbeitstranskriptionen. Linguistische Berichte, 1976, 45, 21-41 (a).

Ehlich, K./Rehbein, J.: Sprache im Unterricht - Linguistische Verfahren und schulische Wirklichkeit. Studium Linguistik, 1976, 1, 47-69 (b).

Ekman, P./Friesen, W.V.: The nonverbal act: A visual unit of nonverbal behavior. Paper presented at the APA Symposium. New York 1966.

Flanders, N.A.: Künftige Entwicklungen bei der Analyse der verbalen Kommunikation in der Klasse. Programmiertes Lernen, 1971, 3, 133-147.

Gagnè, R.M.: Die Bedingungen menschlichen Lernens. Hannover 1969.

Good, T.L.: Teacher effectiveness in the elementary school. Journal of Teacher Education, 1979, 30, 52-64.

Goodwin, C.: The interactive construction of a sentence in natural conversation. In: Psathas, G. (Hrsg.): Everyday language: Studies in ethnomethodology. New York: Irvington 1979.

Gordon, D./Lakoff, G.: Conversational postulates. In: Papers from the 7th Regional Meeting. Chicago: Chicago Linguistic Society 1971.

Grice, H.P.: Utterer's meaning, sentence meaning, and word-meaning. Foundations of Language, 1968, 4, 225-242.

Grice, H.P.: Logic and conversation. In: Davidson, D./Harman, G. (Hrsg.): The logic of grammar. Encino, California: Dickenson 1975.

Gumperz, J.J.: Sprache, soziales Wissen und interpersonale Beziehungen. In: Quasthoff, U. (Hrsg.): Sprachstruktur-Sozialstruktur. Kronberg/Ts.: Scriptor 1978.

Halliday, M.A.K.: Explorations in the functions of language. London: Edward Arnold 1973.

Harnischfeger, A./Wiley, D.E.: Kernkonzepte des Schullernens. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 1977, 9, 207-228.

Hoetker, J./Ahlbrand, W.: The persistence of the recitation. American Educational Research Journal, 1969, 6, 145-167.

Kounin, J.S.: Some ecological dimensions of school settings. Paper at the AERA-meeting, New York 1978.

Kounin, J.S./Gump, V.: Signal systems of lesson settings and the task-related behavior of preschool children. Journal of Educational Psychology, 1974, 66, 554-562.

Kounin, J.S./Doyle, P.: Degree of continuity of a lesson's signal system and the task involvement of children. Journal of Educational Psychology, 1975, 67, 159-164.

Krumm, H.-J.: Einführung zur deutschen Ausgabe von Sinclair, J.M./Coulthard, M.: Analyse der Unterrichtssprache. Heidelberg 1977 (a).

Krumm, H.-J. (Hrsg.): Kommunikationsprozesse im Unterricht. Unterrichtswissenschaft, 1977, 5 (b).

Labov, W./Fanschel, D.: Therapeutic discourse: Psychotherapy as conversation. New York: Academic Press 1977.

Lakoff, R.: Language in context. Language, 1972, 48, 907-928.

Luhmann, N./Schorr, U.-E.: Ausbildung für Professionen. Überlegungen zum Curriculum für die Lehrerausbildung. Teil I: Der Lehr-Lern-Prozeß. Manuskript, Bielefeld 1972.

Martens, K.: Sprachliche Kommunikation in der Familie. Kronberg 1974.

Mehan, H.: Accomplishing classroom lessons. In: Cicourel, A.V. u.a. (Hrsg.): Language use and school performance. New York: Academic Press 1974.

Mehan, H.: Structuring school structures. Harvard Educational Review, 1978, 48, 32-64.

Mehan, H.: Learning lessons. Cambridge, Massachusetts: Harvard Universtiy Press 1979.

Mehan, H.: "What time is it, Denise?" - Asking known information questions in classroom discourse. Theory into Practice, 1979, 18, 285-294.

Mehrabian, A.: Nonverbal communication. Chicago: Aldine-Atherton 1972.

Mishler, E.G.: Dialogue and discourse: A sociolinguistic approach to conversation. The study of interrogative sentences. Unveröffentlichtes Manuskript 1973.

Mishler, E.G.: Studies in dialogue and discourse: An exponential law of successive questioning. Language in Society, 1975, 4, 31-52 (a).

Mishler, E.G.: Studies in dialogue and discourse II: Types of discourse initiated by and sustained through questioning. Psycholinguistics Research Journal, 1975, 4, 99-121 (b).

Pearce, R.D.: The structure of discourse in broadcast interviews. M.A. thesis, University of Birmingham 1973.

Reiß, V.: Die Steuerung des Unterrichtsablaufs. Eine empirische Untersuchung am Mathematikunterricht des 4. Schuljahrs. Europäische Hochschulschriften, Reihe 11, Band 124. Frankfurt am Main: Verlag Peter Lang 1982.

Roeder, P.M./Schümer, G.: Unterricht als Sprachlernsituation. Düsseldorf: Schwann Verlag 1976.

Rosenshine, B.: Content, time, and direct instruction. In: Peterson, P.L./ Walberg, H.J. (Hrsg.): Research on teaching. Berkeley, California: McCutchan 1979, 57-69.

Rosenshine, B./Berliner, D.C.: Academic engaged time. British Journal of Teacher Education, 1978, 4, 3-16.

Schegloff, E.A.: Notes on a conversational practice: Formulating place. In: Sudnow, D. (Hrsg.): Studies in social interaction. New York: Free Press 1972.

Scherer, K.R.: Die Funktionen des nonverbalen Verhaltes im Gespräch. In: Scherer, K.R./Walbott, H.G. (Hrsg.): Nonverbale Kommunikation. Weinheim 1979, 25-32.

Scherer, K.R./Walbott, H.G. (Hrsg.): Nonverbale Kommunikation. Forschungsberichte zum Interaktionsverhalten. Weinheim 1979.

Schiffer, S.R.: Meaning. Oxford: Oxford University Press 1972.

Schlechty, P.C.: Teaching and social behavior. Toward an organizational theory of instruction. Boston, Massachusetts: Allyn & Bacon 1976.

Searle, J.R.: Speech acts. An essay in the philosophy of language. Cambridge: Cambridge University Press 1969.

Searle, J.R.: A taxonomy of illocutionary acts. In: Gunderson, U. (Hrsg.): Language, mind, and knowledge. Minneapolis: University of Minnesota Press 1975, 334-369.

Searle, J.R.: The classification of illocutionary acts. Language in Society 1976, 5, 1-24.

Shuy, R./Griffin, P. (Hrsg.): The study of children's functional language and education in the early years. Final Report to the Carnegie Corporation of New York. Arlington, Virginia: Center for Applied Linguistics 1978.

Sinclair, J.M./Coulthard, R.M.: Analyse der Unterrichtssprache. Ansätze zu einer Diskursanalyse, dargestellt am Sprachverhalten englischer Lehrer und Schüler. Übersetzt, bearbeitet und herausgegeben von H.J. Krumm. Heidelberg 1977.

Sinclair, J.M./Forsyth, I.J./Coulthard, R.M.: Discourse in the classroom. Unveröffentlichtes Manuskript 1972.

Spanhel, D.: Die Sprache des Lehrers. Düsseldorf 1971.

Strawson, P.F.: Intention and convention in speech acts. In: Strawson, P.F. (Hrsg.): Logico-linguistic papers. London 1971, 149-169.

Streeck, J.: Lehrerwelten - Kinderwelten. Zur vergleichenden Ethnologie von Lehrerkommunikation innerhalb und außerhalb der Schule. In: Ehlich, K./ Rehbein, J. (Hrsg.): Linguistische und ethnomethodologische Analysen von Kommunikation in Schule und Hochschule. München 1979 (a).

Streeck, J.: 'Sandwich. Good for you.' - Zur pragmatischen und konversationellen Analyse von Bewertungen im institutionellen Diskurs der Schule. In: Dittmann, J. (Hrsg.): Arbeiten zur Konversationsanalyse. Tübingen 1979 (b).

Streeck, J.: Speech acts in interaction: A critique of Searle. Discourse Processes, 1980, 3, 133-154.

Tausch, R./Tausch, A.M.: Erziehungspsychologie. Göttingen: Hogrefe 1970.

Ulich, D.: Pädagogische Interaktion. Weinheim: Beltz Verlag 1976.

Wagner, A.C. u.a.: Schülerzentrierter Unterricht. München: Urban & Schwarzenberg 1976.

Walberg, H.J.: Psychology of learning environments: Behavioral, structural, or perceptual? Review of Research in Education, 1976, 4, 142-178.

Watzlawick, P./Beavin, J.H./Jackson, D.D.: Pragmatics of human communication. New York: Norton 1967.

Wunderlich, D.: (Hrsg.): Linguistische Pragmatik. Frankfurt am Main 1972.

Wunderlich, D.: Über die Konsequenz von Sprechhandlungen. In: Apel, K.O. (Hrsg.): Sprachpragmatik und Philosophie. Frankfurt am Main 1976, 441-462 (a).

Wunderlich, D.: Sprechakttheorie und Diskursanalyse. In: Apel, K.O. (Hrsg.): Sprachpragmatik und Philosophie. Frankfurt am Main 1976, 463-488 (b).

Wunderlich, D.: Studien zur Sprechakttheorie. Frankfurt am Main 1976 (c).

Ziegler, J.: Kommunikation als paradoxer Mythos. Analyse und Kritik der Kommunikationstheorie Watzlawicks und ihrer didaktischen Verwertung. Weinheim/ Basel: Beltz Verlag 1977.

DIDAKTISCHES HANDELN IM MATHEMATIKUNTERRICHT AUS LEHRERSICHT

Bericht über zwei Fallstudien zu subjektiven Hintergründen des Lehrerhandelns

Hans Werner Heymann

0. Einführung und Oberblick

In den letzten Jahren sind auf dem Markt der pädagogischen Veröffentlichungen zahlreiche Berichte von Lehrern erschienen, in denen diese - häufig in deutlichem Kontrast zu sich "wissenschaftlich" verstehenden Darstellungen - ihre alltägliche Unterrichtspraxis mit all ihren Nöten und ungelösten konkreten Problemen schildern.[1] Der Titel des vorliegenden Beitrags könnte das Mißverständnis nahelegen, hier handele es sich um eben einen solchen Erfahrungsbericht. Das ist nicht der Fall. Eine Verbindungslinie, die derartige Praxisberichte mit dem hier vorgelegten Werkstattbericht aus einem Forschungsprojekt verknüpft, sehe ich allerdings trotzdem: Sie betrifft die Einsicht, daß erziehungwissenschaftliche Forschung im allgemeinen (vgl. z.B. FLITNER 1978; THIERSCH 1978, S. 95ff; LENZEN 1980; THIEMANN 1980) wie fachdidaktische Forschung im besonderen die Perspektive des pädagogischen Alltags, genauer: die Perspektive derjenigen, die im schulischen Alltag täglich zum Handeln gezwungen sind, der Lehrer und Schüler also, ernster nehmen müssen, als es die Regel ist. Andernfalls ist zu befürchten, daß die Kluft, die sich durch die Arbeitsteilung zwischen pädagogischer Praxis einerseits und wissenschaftlicher Reflexion darüber im Rahmen einer eigenen (Wissenschafts-) Praxis andererseits notwendigerweise auftut, unüberbrückbar wird. Wenn - wofür es manche Anzeichen gibt - trotz wissenschaftlicher Lehrerausbildung in vielen Bereichen praktischer und wissenschaftlicher Sachverstand so weit auseinanderfallen, daß sie sich auf unterschiedliche Wirklichkeiten zu beziehen scheinen, wird eine fruchtbare Vermittlung zwischen Wissenschaft und praktischem Handeln auf das Stärkste behindert, eine wechselseitige produktive Anregung nahezu unmöglich (vgl. HEYMANN 1982).

Im Projekt "Subjektive Unterrichtstheorien von Mathematiklehrern" (SUM) geht es darum, in Fallstudien subjektive Hintergründe unterrichtlichen Handelns

---

1) Als "Klassiker" seien genannt: RUMPF 1966; KLINK 1974; weitere Beispiele: HUSMANN 1975; GORGE u.a. 1978; KAGERER 1978; GUDJONS/REINERT 1980, SCHOENEBECK 1980.

bei Mathematiklehrern herauszuarbeiten. Was ist das für ein Wissen, an dem sich Praktiker in ihrem Unterrichtsalltag bei dem Versuch, Schülern Mathematik zu vermitteln, orientieren? Welche Rolle spielen praktische Erfahrungen für das Handeln im Alltag, und wie werden sie in konkreten Unterrichtsituationen aktualisiert? Im einzelnen: Wie fließen dabei fachliche (also mathematische), fachdidaktische und pädagogisch-psychologische Wissenselemente zusammen - Wissen also aus drei Bereichen, die in der universitären Lehrerausbildung in der Regel säuberlich voneinander geschieden werden? Welche Rolle spielen allgemeine Handlungsorientierungen, konkrete Handlungsziele, subjektives Tatsachenwissen, Wissen um Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge im Unterricht, sowie Handlungswissen im engeren Sinne: "Rezepte", Erfahrungsregeln, denen z. B. Muster der Art "Um X zu erreichen, muß ich Z tun" zugrunde liegen? Wie beeinflussen gefühlsmäßige Bewertungen unterrichtlicher Ereignisse das Handeln? Das Projekt SUM ist einer empirischen Exploration und einer dazu parallelen Theorieentwicklung in dem durch die obigen Fragen grob umrissenen Feld gewidmet. Ein inhaltlicher Schwerpunkt wird dabei auf einen Bereich gelegt, der fachdidaktisch von besonderem Interesse ist: das Verstehen von Mathematik durch Schüler. Besondere Aufmerksamkeit gilt also den subjektiven Konzeptualisierungen, die für den Lehrer handlungsbestimmend sind, wenn es im Unterricht um die Vermittlung bzw. Feststellung von mathematischem Verständnis geht.

Die folgenden Ausführungen gliedern sich in drei Teile. Ich beginne mit einigen Überlegungen zum Begriff der "Subjektiven Unterrichtstheorie" und einigen in ihm angelegten grundsätzlichen Problemen (1.1.); daran schließt sich die Darstellung meines forschungspraktischen Vorgehens an (1.2.). In Teil 2 unterziehe ich einen Teil des von mir erhobenen Materials unter drei verschiedenen Aspekten einer interpretativen Analyse. Abschließend, in Teil 3, skizziere ich einige Gedanken zu der Frage, wie subjektive Unterrichtstheorien entstehen.

1. Theoretische und forschungspraktische Erläuterungen zum SUM-Projekt

1.1. Zum Begriff der "Subjektiven Unterrichtstheorie"

Mehr als zehn Forschungsprojekte widmen sich zur Zeit allein in der Bundesrepublik Deutschland der Aufklärung "subjektiver (auch: naiver, impliziter, alltäglicher) Theorien" von Lehrern (als Beispiele: WAHL 1979b; WAGNER u.a. 1981; ARBEITSGRUPPE SCHULFORSCHUNG 1980). Der relativen Einmütigkeit, mit der dieser Terminus in den wissenschaftlichen Sprachschatz aufgenommen wurde, entspricht leider kein einheitlicher Begriff. Zur Verdeutlichung meiner eigenen Position werde ich mich zu drei Punkten äußern, zu denen sehr unterschiedliche Auffassungen vertreten werden.[1]

(a) *Das Verhältnis des Subjekts zur subjektiven Theorie*

Viele Autoren schreiben davon, daß *subjektive Theorien das Handeln steuern*. Stellvertretend sei eine Passage aus einem Explikationsversuch von WAHL (1981a, 173) wiedergegeben:

> "Unter subjektiven psychologischen Theorien verstehen wir damit jene reflexiven Kognitionssysteme von Eltern, Erziehern und Beratern, die ... deren Urteile und deren Verhalten gegenüber anderen Personen steuern ..."

Nimmt man diese Sprechweise ernst, wird die steuernde Instanz in die *subjektive Theorie* hineinverlegt.[2] Das *Subjekt* einschließlich der ihm zugestandenen Reflexivität (GROEBEN/SCHEELE 1977) wäre also in seinen *subjektiven Theorien* (zu verschiedenen Gegenstandsbereichen) aufgehoben; kennen wir die subjektiven Theorien eines Individuums, so können wir sein Verhalten unter gegebenen Umweltbedingungen vorhersagen. Dieser Auffassung stelle ich eine andere gegenüber, die davon ausgeht, daß sich das Individuum seiner subjektiven Theorie bedient, um zu handeln. Die subjektive Theorie repräsentiert dann das situationsübergreifende Wissen, an dem sich das Subjekt (als *nicht* in ihr enthal-

---

1) Leser ohne dezidiert wissenschaftliche Interessen können die Erörterungen zu diesen drei Punkten überspringen.

2) Da das in dieser Sprechweise aufscheinende Problem in der Regel nicht thematisiert wird, unterstelle ich den Autoren, die sie verwenden, nicht unbedingt, daß sie sich mit den aus ihr folgenden Implikationen identifizieren. Speziell WAHL argumentiert inhaltlich beispielsweise in einem anderen Artikel (1981b, 67f) unter der Oberschrift "Psychologisches Wissen steuert Verhalten" eher im Sinne der anschließend dargestellten alternativen Auffassung.

tene handelnde Instanz) orientiert (oder eben auch nicht). In diesem Falle wird nicht der Anspruch einer vollständigen Verhaltensaufklärung erhoben, sondern die Kenntnis der subjektiven Theorie des Handelns macht einem Beobachter oder Interaktionspartner in der Regel quasi plausibler, einsehbarer, warum der Betreffende so handelt. Um zur Verdeutlichung ein Bild zu wählen: Der Handelnde bedient sich nach dieser Auffassung seiner subjektiven Theorie ähnlich wie der Steuermann eines Schiffes seiner Seekarte; die Aussage, daß die subjektive Theorie das Handeln steuere, wäre dann aber ebenso unsinnig wie die, daß die Karte das Schiff steuere. Wenngleich auch diese Auffassung theoretisch nicht problemlos ist (Homunculus-Debatte), entspricht sie doch sehr viel stärker der subjektiven Sicht des Handelnden, der zwischen sich selbst und seinem Wissen, seinen Orientierungen unterscheidet.

(b) *Struktur subjektiver Theorien*

Viele Psychologen gehen davon aus (und sie berufen sich dabei u.a. auf HEIDER 1977), daß subjektive Theorien strukturell analog zu wissenschaftlichen (objektiven) Theorien aufgebaut sind, daß man also im Prinzip jedem Element einer wissenschaftlichen Theorie ein dazu "paralleles" Element einer subjektiven Theorie zuordnen könne. GROEBEN/SCHEELE (o.J.) unterscheiden demgemäß zwischen objektiven und subjektiven Erklärungen, Hypothesen, Definitionen, Konstrukten, Prognosen etc. Abgesehen davon, daß dabei, ohne dies ausdrücklich hervorzuheben, ein ganz bestimmter Theoriebegriff (nämlich der der analytischen Wissenschaftstheorie) zugrunde gelegt wird, dem, gerade in einer Zeit wiederaufkommender Dispute zum Sinn und zur Notwendigkeit einer interpretativen Sozialforschung, keineswegs Allgemeinverbindlichkeit zugesprochen werden kann, - abgesehen davon ist zu bezweifeln, daß das Parallelitätspostulat eine Chance hat, an der "Realität" zu scheitern, wenn es von vornherein zur *Grundlage* der Rekonstruktion subjektiven Wissens gemacht wird. Die Gefahr ist nicht von der Hand zu weisen, daß es dazu dient, genau zu finden, was es postuliert. Erklärungen, Hypothesen, Definitionen: sicher gibt es das alles in vorwissenschaftlicher Form für den Alltagssachverstand. Die Frage ist nur, ob es nicht noch mehr gibt, und ob die *handlungsrelevanten* Kognitionsbestände nicht gerade andere Strukturen aufweisen. Eine alternative Position zu der erläuterten wäre also, die Frage der Strukturparallelität objektiver und subjektiver Theorien nicht vorab zu entscheiden, sondern empirisch zu klären zu versuchen.

(c) *Verhältnis von subjektiver Theorie zum Handeln*

Wenn man, wie es sicher die meisten mit diesem Problem befaßten Forscher tun, von der intuitiven vorwissenschaftlichen Vorstellung ausgeht, daß das Konstrukt "subjektive Theorie" im wesentlichen das abdecken müßte, was von dem, das sich insgesamt "im Kopf des Handelnden" befindet, für sein Handeln (in einem bestimmten Gegenstandsbereich wie z.B. Unterricht) relevant ist (etwa in dem oben schon angesprochenen Sinne, daß wir besser verstehen, warum er so handelt, wenn wir um dieses "in seinem Kopf Befindliche" wissen), dann ist die Frage zu stellen, ob die derzeit bevorzugten Modellierungen hinreichend gegenstandsangemessen sind. Die sehr beliebte Modellierung des Handelnden als "informationsverarbeitendes System" stützt sich auf ein Modell rationalen Handelns, das tatsächliches menschliches Verhalten im Alltag nur im Idealfall adäquat beschreibt; es ist zwar nicht zu bezweifeln, daß man z.B. Lehrerverhalten in jeder Situation so rekonstruieren *kann*, daß (wie entscheidungstheoretische Modelle postulieren) dem beobachtbaren Verhalten stets eine Bewertung unterschiedlicher Handlungsentwürfe im Hinblick auf Aufwand und Ergebnis und eine "Auswahl" des am günstigsten bilanzierten Enwurfs vorausgeht (vgl. z.B. HOFER/DOBRICK 1981, 130); doch es ist die Frage, welche psychische Realität solchen aufwendig modellierten Entscheidungsprozessen entspricht; und ob in den rational und kognitiv orientierten Handlungsmodellen von anderen Bereichen, deren psychische Realität außer Zweifel steht, nämlich z.B. der Emotionalität des Handelnden, nicht völlig ungerechtfertigterweise abstrahiert wird (vgl. auch ULICH 1978, 1982).

Eine Alternative sehe ich darin, daß man auf ein relativ explizites, aber stark idealisiertes und von Alltagssituationen stark abstrahierendes Handlungsmodell, das die Funktion subjektiver Theorien für das Handeln beschreibt und somit eine Basis für die Rekonstruktion subjektiver Theorien hergibt, zunächst verzichtet; daß man sich stattdessen mit einer vergleichsweise vagen Leitvorstellung an die Exploration des Gegenstandes "Subjektive Theorie" heranbegibt, vorliegende (und eventuell konkurrierende) Theorien zu versuchsweisen Interpretationen der beobachtbaren Phänomene heranzieht (sie leisten dann so etwas wie eine heuristische Sensibilisierung des Forschers) und eine zunehmende Explizierung erst im Verlauf des Forschungsprozesses vornimmt (vgl. SMITH 1979, 331). Ein solches Vorgehen gestattet es, den Forschungsgegenstand

nicht nur im Lichte von Konzepten aus der kognitiven Psychologie zu sehen, sondern versuchsweise auch solche aus völlig anderen Erklärungsansätzen wie z.B. des symbolischen Interaktionismus, der Psychoanalyse oder der geisteswissenschaftlichen Pädagogik heranzuziehen. Methodologisch entspricht diese Vorgehensweise dann natürlich nicht mehr dem empirisch-analytischen Wissenschaftsverständnis, sondern eher einem phänomenologischen: Ein zunehmend expliziteres Verständnis für den Forschungsgegenstand "Subjektive Theorien" wird in einem hermeneutischen Annäherungsprozeß hergestellt; dieser Prozeß setzt ein bei dem als gemeinsam unterstellten Alltagswissen von Forscher und Rezipienten der Forschung; darauf aufbauend versucht der Forscher seine Einsichten dem Rezipienten der Forschung in einem argumentativen (im Falle schriftlicher Darstellung selbstverständlich nur fiktiven) Dialog zu vermitteln (zum Problem der argumentativen Geltungsbegründung vgl. TERHART 1981). Im Rahmen eines solchen klärenden Argumentationsprozesses läßt sich dann auch der theoretische Status explorierender Fallstudien genauer bestimmen: Es geht weder um die empirische Prüfung einer Theorie (die ja in hinreichend expliziter Fassung auch noch gar nicht vorliegt), noch um eine induktive Generalisierung von Erkenntnissen, die an einzelnen Personen in einer begrenzten Auswahl von Situationen gewonnen wurden (ein solcher Anspruch ließe sich rational nicht rechtfertigen). Stattdessen geht es darum, vage, alltagssprachlich eher metaphorisch umschreibbare theoretische Vermutungen anhand konkreter Fälle nachvollziebar zu explizieren und zu systematisieren (vgl. BINNEBERG 1978).

Vor diesem Hintergrund umschreibe ich den Begriff der "subjektiven Unterrichtstheorie" wie folgt: Er umfaßt das Insgesamt der handlungswirksamen, auf das Halten von Unterricht bezogenen Wissenselemente und Orientierungen des Lehrers; sein "theoretischer" Charakter besteht in der potentiellen Reflektivität dieses Wissenskorpus sowie in seinem über Einzelsituationen generalisierenden Charakter; die Orientierung an seiner "subjektiven Unterrichtstheorie" gibt den Handlungen des Lehrers auch dann, wenn sie - wie es häufig der Fall ist - nicht bewußt erfolgt, eine spezifische Ausrichtung, in der sowohl persönliche (lebensgeschichtlich erzeugte) Eigenarten als auch - über ihre subjektive Widerspiegelung - Charakteristika der jeweiligen sozialen Umwelt sichtbar werden.

Damit ergibt sich eine große Nähe zu den Vorstellungen, die Erich WENIGER (1979) schon vor über fünfzig Jahren zur "Theorie des Praktikers" entwickelt hat. Er unterscheidet zwischen einer "Theorie ersten Grades" und einer "Theorie zweiten Grades":

> "Theorie ersten Grades ist ... die unausdrückliche Anschauung, in der die Welt gegenständlich wird, die Voreinstellung, die unausgesprochene Fragestellung, die an die Wirklichkeit und an die Aufgabe herangebracht wird, ... das Apriori der pädagogischen Haltung ... . Theorie zweiten Grades ist alles, was auf irgendeine Art im Besitz des Praktikers vorgefunden und von ihm benutzt wird, in Lehrsätzen, in Erfahrungssätzen, in Lebensregeln, in Schlagwörtern und Sprichwörtern ..." (WENIGER 1979,216)

M.E. wird deutlich, daß dasjenige Wissen, das sich analog zu wissenschaftlichen Theorien rekonstruieren läßt, nur einen Teil desjenigen Wissens darstellen kann, der bei WENIGER in der "Theorie zweiten Grades" zusammengefaßt ist. Da davon ausgegangen werden muß - und diesen Gesichtspunkt betont auch WENIGER (a.a.O., 216) -, daß die subjektive Unterrichtstheorie eines Lehrers nicht in sich widerspruchsfrei ist, ja, daß gerade zwischen vorbewußten (uneingestandenen und gefühlgeladenen) Orientierungen des Lehrers und seinen ohne weiteres von ihm selbst benennbaren Handlungsregeln Brüche auftreten können, scheint es mir ratsam, den Begriff der subjektiven Unterrichtstheorie auch auf solche allgemeinen Handlungsorientierungen (entsprechend der "Theorie ersten Grades") zu beziehen. In welchem Maße eine Aufdeckung solcher Orientierungen im Rahmen eines begrenzten Forschungsprojekts wie des hier vorzustellenden möglich und auch sinnvoll ist, ist eine andere Frage, die hier noch zurückgestellt werden soll. Wichtig scheint mir, sich auf jeden Fall immer wieder die Möglichkeit vor Augen zu halten, daß die im Einzelfall explizierbaren und rekonstruierbaren subjektiven Hintergründe unterrichtlichen Handelns nur einen kleinen (und vielleicht gar nicht entscheidenden) Ausschnitt des postulierten Insgesamts handlungsrelevanter Orientierungen darstellen.

1.2. Zur methodischen Durchführung der Fallstudien

Ungeachtet der erörterten Unterschiede in den theoretischen und wissenschaftstheoretischen Auffassungen, die sich hinter dem gegenwärtigen Interesse an subjektiven Unterrichtstheorien verbergen, ist auf einer forschungspragmatischen Ebene eine gewisse Konvergenz erkennbar:

(a) Es besteht Einmütigkeit darüber, daß eine Rekonstruktion subjektiver Theorien nicht auf Selbstauskünfte der Handelnden verzichten könne, sich also in irgendeiner Form auf intro- oder retrospektive Daten stützen müsse.

(b) Es wird als notwendig angesehen, solche Selbstauskünfte so eng wie möglich an das tatsächliche Handeln in konkreten Situationen zu koppeln.

Als methodischer Zugang bietet sich damit das Verfahren des "stimulated recall" an: Protokolle und/oder technische Aufzeichnungen des Unterrichtsgeschehens erleichtern es dem Lehrer, sich in die Handlungssituation zurückzuversetzen und an das zu erinnern, was ihn in dieser Situation bewegte. Dieser Zugang wurde auch im SUM-Projekt gewählt. Da über die Vorzüge und Probleme dieser Methode (einschließlich der wichtigen Frage, inwiefern die verbalen Äußerungen, die dabei erhoben werden, auf "subjektive Theorien" im engeren oder weiteren Sinne zurückschließen lassen) eine umfangreiche Literatur vorliegt (NISBETT/WILSON 1977; SMITH/MILLER 1978; WAHL 1979a, 1981c; HUBER/MANDL 1980; BROMME/HOMBERG 1980), werde ich mich hier dazu nicht weiter äußern. Ich beschreibe stattdessen ganz konkret, wie ich vorgegangen bin und wie die Verbaldaten, die in Teil zum Gegenstand der Interpretation werden, zustande gekommen sind.

Im Zentrum der gegenwärtigen Projektphase, die kurz vor ihrem Abschluß steht, standen zwei Fallstudien, für die ich eine Lehrerin bzw. einen Lehrer, die beide im 6. Jahrgang einer Gesamtschule Mathematik unterrichten, gewinnen konnte. Um die Lehrer und ihre Schüler intensiv kennenzulernen, habe ich über einen Zeitraum von zwei bis drei Monaten anfangs kontinuierlich, später weniger kontinuierlich ihrem Unterricht in einer ausgewählten Klasse beigewohnt. Dadurch gelang erstens der Aufbau eines Vertrauensverhältnisses, was im Hinblick auf die geplanten Interviews wichtig war, und zweitens ließ sich der Gefahr vorbeugen, untypischen, "nicht-alltäglichen" Unterricht (vergleichbar dem in Lehrproben) präsentiert zu bekommen. Über diesen Zeitraum verteilt habe ich dann jeweils vier Unterrichtsstunden auf Videoband aufgenommen und diese Aufzeichnungen zur Grundlage von "stimulated-recall"-Interviews gemacht.

Pro Interview konnten etwa 20 Einzelsituationen thematisiert werden, deren Auswahl - unter Berücksichtigung der in ihnen aufscheinenden "Verstehens"-Problematik - gemeinsam mit dem Lehrer vorgenommen wurde, der über die Ziele der

Befragung selbstverständlich voll informiert war und auch von sich aus jederzeit Stellung nehmen und Erläuterungen geben konnte. Die Strukturierung der Interviews erfolgte lediglich über den Bezug auf die gefilmt vorliegenden Unterrichtshandlungen der Lehrer und eine informelle Liste von Aufmerksamkeitspunkten, an denen sich der Interviewer grob orientierte. Diese Stichwortliste, die aus einem allgemeinen Teil und einem inhaltlichen Teil besteht, sei hier zur Illustration, aber ohne weitere Begründung wiedergegeben:

Allgemeine Aufmerksamkeitspunkte

(1) Ziele, Zielkonflikte

(2) Wertvorstellungen

(3) Wahrnehmungen (situationsspezifisch/situationsübergreifend)

(4) Überlegungen in der Situation (auch: Unsicherheiten)

(5) Erfahrungswissen (Gewißheitsgrad/Status: "nomologisches" Wissen vs. "Kann-sein"-Wissen)

(6) Quellen des Wissens, auf das rekurriert wird

(7) Handlungsstrategien/-muster (Verfügbarkeit: in der Situation erzeugt vs. "eingefleischt" (Routinen))

(8) Alternativen: in bzw. nach der Situation

(9) Quellen der Handlungsstrategien/-muster

(10) Handlungsbewertung: in bzw. nach der Situation (Bezug zu Zielen/Wertvorstellungen)

(11) Gefühle: in bzw. nach der Situation

Inhaltliche[1] *Aufmerksamkeitspunkte*

(1) Verständniserzeugung: Erklärungen, Darstellungen, Beispiele

(2) Umgang mit spontan auftretenden Verständnisproblemen: Schülerfehler/-verweigerungen

(3) Vermutungen über "einfachste Wege"

(4) Vermutungen, was Schüler wissen/einsehen können

(5) Verhältnis Konventionen/mathematische "Wahrheiten"

(6) Techniken der Überprüfung von Verständnis

(7) Verhältnis Verbalisierung/Verständnis

(8) Verantwortung für Verstehen (bei Lehrer oder Schüler)

(9) Aktive Suche nach situationsadäquaten Mitteln, um Verständnis zu ermöglichen

1) d.h. hier: auf den Themenkomplex "Verstehen von Mathematik" bezogen.

Zusätzlich wurden die Lehrer vorab zu jeder der Stunden um Mitteilung gebeten, welche besonderen (stofflichen, didaktischen, persönlichen) Probleme sie gesehen haben, und mit was sie zufrieden bzw. unzufrieden waren. Vor Beginn des ersten stimulated-recall-Interviews wurde außerdem jeweils eine Reihe Fragen zur Person gestellt, betreffend den Ausbildungsgang, praktische Erfahrungen, außerschulische, aber beruflich relevante Erfahrungen (z.B. Nachhilfeunterricht), Berufsmotivation (fachliches vs. pädagogisches Interesse), besondere Präferenzen (Schulformen, Altersstufen etc.), generelle Probleme, Ausbildungs- und/oder Befähigungsdefizite.

Sowohl von den aufgezeichneten Unterrichtsstunden als auch von den darauf bezogenen Unterrichtsstunden wurden vollständige Transkripte angefertigt, die die Basis der weiteren Auswertungsarbeit bilden. Die informellen Aufzeichnungen, die im Rahmen der übrigen Unterrichtsbesuche erstellt wurden, sowie die allgemeinen Auskünfte der Lehrer zu ihrer Person dienen als Interpretationshintergrund für diese Auswertungsarbeit, die im wesentlichen - für jeden der Lehrer einzeln - die folgenden Stufen durchläuft:

(a) Verdichtung der Interviews und Identifizierung von Kernaussagen der Lehrer, die wegen ihres gleichermaßen handlungsbezogenen wie situationsübergreifenden Charakters als sprachlich explizierte Elemente der "subjektiven Unterrichtstheorie" aufgefaßt werden;

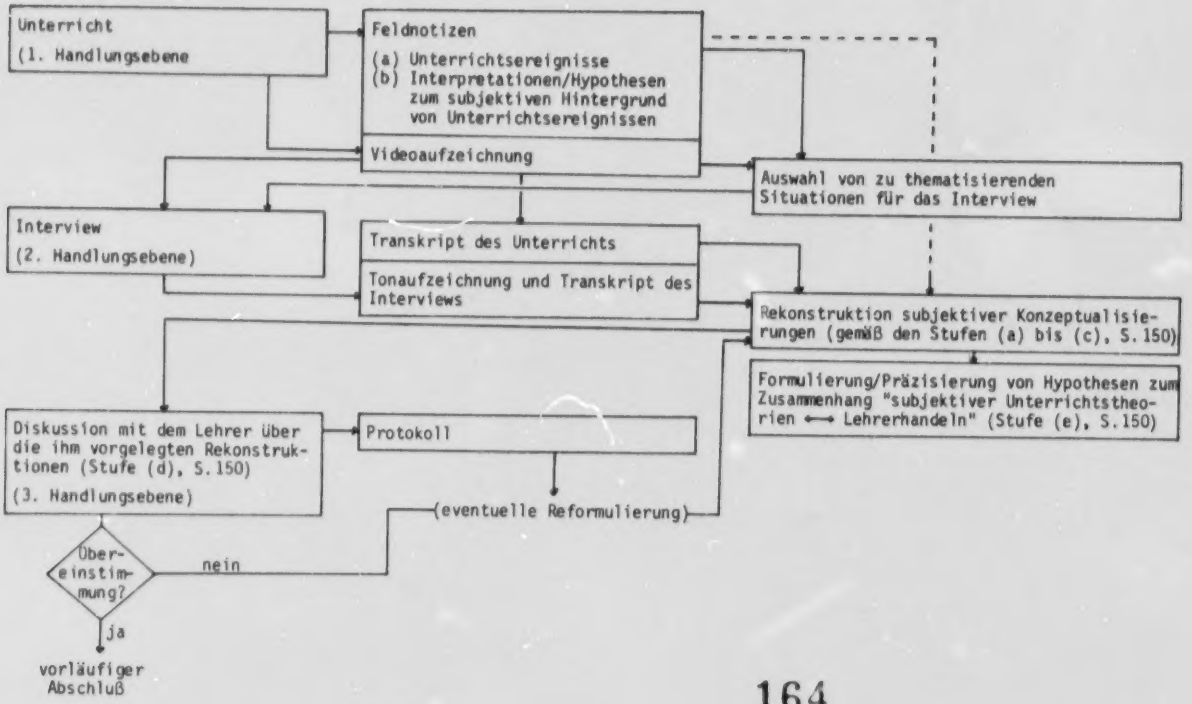
(b) Identifizierung und systematische Ordnung der subjektiven Konzepte, die der Lehrer in diesen Kernaussagen verwendet;

(c) zusammenhängende Rekonstruktion (thematisch geordnet) des in den Interviewaussagen zum Ausdruck kommenden Lehrerwissens, unter Bezug auf sichtbar gewordene allgemeinere Orientierungen;

(d) Einholung einer Stellungnahme der Lehrer zu diesem Rekonstruktionsversuch, und eventuelle Modifikation;

(e) Herausarbeitung allgemeinerer theoretischer Einsichten, die sich durch das in den Fallstudien erhobene Material stützen lassen und die in Form von Hypothesen die Durchführung weiterer, gezielterer Fallstudien anleiten sollen (Theorie-Explizierung; simultan zu den Schritten (a) bis (d)).

Abbildung 1 vermittelt einen schematischen Überblick über die Forschungsschritte, die Handlungsebenen und die angezielten Produkte.



164

Abbildung 1: Forschungsschritte, Handlungsebenen und Produkte

2. Interpretationsbeispiele: Didaktisches Handeln aus Lehrersicht und Reflexionen dazu

Die Auswertung des Materials aus der Projektphase, von der hier berichtet wird, ist noch nicht so weit gediehen, daß eine zusammenhängende Darstellung der Ergebnisse (im Sinne der obigen Punkte (b) bis (e)) gegeben werden könnte. Die folgenden Ausführungen beziehen sich deshalb auf beispielhaft ausgewähltes, unter verschiedenen thematischen Schwerpunkten zusammengefaßtes Material aus den beiden Fallstudien. Die theoretischen Überlegungen, die im Zusammenhang mit den Interpretationen geäußert werden, sind noch vorläufiger Art, nicht "zu Ende" gedacht, und haben den Stellenwert von Diskussionsbeiträgen.[1]

Vorweg, in Abschnitt 2.1., gebe ich einige Informationen zu den beteiligten Lehrern, zu den Lerngruppen und dem Unterricht, der im Untersuchungszeitraum stattfand.

2.1. Zu den Lehrern, den Lerngruppen und zum Unterricht

Die Lehrerin (in Zukunft abgekürzt: Frau A) und der Lehrer (Herr B), um die es im folgenden geht, unterrichten beide mit voller Stundenzahl an einer großstädtischen Gesamtschule. Um im Fach Mathematik einen intensiveren und differenzierteren Unterricht zu gewährleisten, werden an dieser Schule im 6. Schuljahr aus jeweils zwei Stammgruppen á 30 Schülern drei Mathematikgruppen gebildet, die leistungsmäßig heterogen zusammengesetzt sind.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die wichtigsten Daten:

---

1) Ich wäre deshalb dankbar, wenn ich von Lesern dieses Beitrags Rückmeldungen erhalten würde, sei es in Form von kritischen Fragen, sei es in Form von alternativen Deutungen.

	Frau A	Herr B
Zur Person		
Ausbildung	Realschullehrerin (Referendarzeit: 1 1/2 Jahre)	Gymnasiallehrer (Referendarzeit: 1 1/2 Jahre)
Fächer	Mathematik, Deutsch	Mathematik, Physik
Unterrichtspraxis seit Beendigung der Referendarzeit (zu Beginn der Untersuchung)	2 1/4 Jahre	3 1/2 Jahre (davon 3 Jahre an einem Gymnasium)
Unterricht in der beobachteten Lerngruppe	seit Beginn des 5. Schuljahrs	mit Beginn des 6. Schuljahrs
Zum Unterricht		
Stärke der Lerngruppe	21 Schüler	16 Schüler
Untersuchungszeitraum	Oktober 80 bis Januar 81	Mai 81 bis Juli 81
Themenbereiche	*Geometrie (Winkel)* und *Bruchrechnung*	*Rechnen mit Dezimalbrüchen*
Themen der aufgezeichneten Einzelstunden	- Konstruktion von Winkeln - Darstellung von Brüchen auf dem Zahlenstrahl - Addition ungleichnamiger Brüche - Übungen zur Addition und Subtraktion von Brüchen	- Multiplikation von Dezimalbrüchen - Division von Dezimalbrüchen durch natürliche Zahlen - Division von Dezimalbrüchen durch Dezimalbrüche - Rechenspiele

Tabelle 1: Daten zu den Personen und zum Unterricht

2.2. Zwei Sichtweisen des Problems "Verstehen von Mathematik" als Ausdruck unterschiedlicher didaktischer Grundorientierungen

Als ich Frau A im Rahmen des Vorinterviews nach Erfahrungen außerhalb ihrer offiziellen Lehrerausbildung befragte, die sie für ihre Unterrichtstätigkeit als relevant ansehe, erzählte sie mir, daß sie eine Zeitlang im Rahmen eines Nachhilfeinstituts mit Schülergruppen gearbeitet habe. In diesem Zusammenhang habe sie gemerkt, wie sie "Sachen" in "Schritte" zerlegen müsse, damit sie den Schülern klar würden.

Nun wäre es durchaus nicht auszuschließen gewesen, daß Frau A damit nur eine abgehobene, nicht auf konkrete Unterrichtshandlungen durchschlagende Meinung geäußert hätte. Doch es zeigte sich, daß sie in der Tat häufig - und, wie sich in den Interviews herausstellte, durchaus bewußt - eine "Erklärungs-Strategie" anwandte, die mit ihrer Äußerung in Einklang zu bringen war. Dazu drei Beispiele.

In der Geometriestunde hatte Lutz, ein guter Schüler ("Der hat manchmal unheimlich schnelle, gute Einfälle") offenbar durch eigenes Nachdenken eine Lösung für die gesuchte Winkelkonstruktion gefunden und an der Tafel durch eine Zeichnung mit entsprechenden Erläuterungen realisiert (es handelte sich um die "Standardlösung": Anlegen des Geodreiecks wie zum Messen, am betreffenden Skalenpunkt eine Kreidemarkierung anbringen und den damit bezeichneten Punkt mit dem Scheitelpunkt verbinden). Die Lehrerin lobt Lutz und nimmt anschließend das ganze Verfahren durch Fragen an unterschiedliche Schüler noch einmal auseinander. Im Interview fragte ich sie deshalb, ob sie davon ausgegangen sei, daß nicht alle Schüler Lutzens Vorgehen verstanden hätten. Darauf erwiderte sie:

(A1) Ich hab das Gefühl, daß an der Tafel vorgemachte Zeichnungen nicht von jedem mitvollzogen werden, daß man die nachher noch einmal mit Hilfe von Fragen zerlegen muß.[1]

Das nächste Beispiel: Zu Beginn der ersten Bruchrechenstunde stellte sich recht schnell heraus, daß der Begriff des Zahlenstrahls den Schülern nicht mehr geläufig war. Die Lehrerin fragte daraufhin: "Was ist denn ein Strahl?" Auf diese Frage angesprochen, erläuterte sie während des Interviews, daß sie noch einmal klein habe anfangen wollen, und:

(A2) Ich glaube, daß man sich zusammengesetzten Begriffen häufig gut von ihren Bestandteilen her nähern kann.

Interessanterweise hat das "Zerlegen" hier einen anderen logischen Status als in (A1). Es scheint, als sei die handlungsbestimmende Kraft des Prinzips, zu erklärende "Sachen" zu "zerlegen", weitgehend unabhängig von der Natur der

1) Bei den kursiv gedruckten Statements handelt es sich sämtlich um wörtliche oder sinngemäß komprimierte Interviewaussagen.

Sache: Eine Argumentationskette wird in Einzelargumente zerlegt, ein zusammengesetztes Wort in seine Bestandteile, ein Problem - wie Äußerung (A3) zeigt, in der es um Kriterien geht, nach denen Frau A einzelnen ihrer Schüler hilft - in Teilprobleme:

(A3) Wenn ich das Gefühl hab, daß jemand was nicht verstanden hat, aber aufmerksam zugehört hat, versuch ich ihm manchmal Hilfen zu geben, um das Problem in kleinere Schritte zu zerlegen oder einen Teil zu lösen.

Diese Anwendungsvielfalt, die sich offenbar auf einfache Analogieschlüsse stützt, macht aber möglicherweise die Schlagkraft solcher alltagstheoretischen Konzeptionen wie der oben aufgezeigten aus.

Herr B begann Stunden, in denen die Einführung einer neuen Rechenregel geplant war (die drei aufgezeichneten Stunden der Dezimalbrucheinheit - vgl. Tabelle 1 - waren alle von diesem Typ), stets so, daß er eine Aufgabe des "noch nicht gehabten" Typs an die Tafel schrieb. Dann bat er die Schüler um Lösungsvorschläge oder wartete einfach ab. Ich sprach ihn bereits im ersten Interview auf diese "Konfrontationsmethode" an. Er erläuterte:

(B1) Ich habe den Eindruck, daß, wenn ich verbal jetzt erst in ein neues Thema einführe, mir die Schüler einfach nicht zuhören, daß ihnen das zuwidhat wie Blabla vorkommt. Sie wissen nicht, was soll eigentlich rauskommen, was will er eigentlich. Deshalb schreibe ich so eine Aufgabe an und sehe mal, was die jetzt damit machen.

Zu einer entsprechenden Situation äußerte er sich im zweiten Interview wie folgt:

(B2) Wenn es letztlich darum geht, neue Rechenarten, neue Verfahren, neue Aufgabentypen kennenzulernen, mache ich das ganz gern. Ist vielleicht nicht phantasievoll, aber ich muß sagen, mir fällt da auch nichts anderes ein.

M.E. werden hier zwei wesentlich unterschiedliche Konzeptionen der Prozesse sichtbar, in denen Schüler "Verständnis" gewinnen. Wenn ich diese Konzeptionen nun idealtypisch herausarbeite, so behaupte ich damit nicht, daß sich das Handeln von Frau A bzw. Herrn B vollständig mit ihnen zur Deckung bringen ließe: Erstens fanden sich auch im Unterricht von Frau A Beispiele für "Kon-

frontationen", bei Herrn B solche für "Zerlegungen", und zweitens wurden in den beobachteten Unterrichtsstunden unterschiedliche Stoffe behandelt, von denen die methodische Vorgehensweise nicht völlig losgelöst gesehen werden kann. Was sich durch das vorliegende Material belegen läßt, ist die jeweilige relative Dominanz der Zerlegungs- bzw. Konfrontations-Idee, die das Vorgehen der beiden Lehrer, das im Einzelfall durchaus variabel ist, charakteristisch zu färben scheint.

Im "Zerlegungskonzept" von Frau A kommt zum Ausdruck, daß sie sich in hohem Maße für die Lernprozesse der Schüler verantwortlich fühlt. Im Zusammenspiel der Prozesse des *Erklärens* (auf der Lehrerseite) und des *Verstehens* (auf der Schülerseite) liegt das Zentrum der Aktivität eindeutig auf der Seite des Lehrers. Mir erscheint der Hinweis nicht uninteressant, daß sich darin auch die wohl vorherrschende gesellschaftliche Erwartung an die Rolle des Lehrers ausdrückt: dieser wird dafür bezahlt, daß er - bildlich gesprochen - ein bestimmtes Produkt (definiert über die staatlich vorgegebenen Lehrpläne) in den Köpfen der Schule erzeugt; oder ander ausgedrückt: die Gesellschaft überläßt der Schüler, personifiziert durch die Lehrer, für einen gewissen Zeitraum das "Rohmaterial" Schüler mit der Maßgabe der Bearbeitung, der Veredelung; der Schüler ist dabei lediglich Empfänger, Rezipient.

Im "Konfrontationskonzept" hingegen wird Verstehen als eine Aktivität definiert, die vornehmlich dem Schüler zukommt; als Lehrer kann ich bestenfalls Anstöße geben, versuchen, geeignete Umgebungen für Verstehens-Aktivitäten zu gestalten. (Während meiner eigenen Schulzeit gab ein Mathematiklehrer diesem Standpunkt drastisch durch die Redensart Ausdruck: "Ich kann's euch nur vorkauen. Fressen müßt ihr' selber!"). Ein Lehrer, der diesem Standpunkt nahesteht, delegiert also zumindest einen Teil der Verantwortung für die Lern- und Verstehensprozesse, die im Unterricht stattfinden sollen, an die Schüler.

Es gibt nun eine Reihe von Hinweisen darauf, daß diese unterschiedlichen "Verstehens"-Konzeptionen innerhalb der subjektiven Unterrichtstheorien von Frau A bzw. Herrn B nicht isoliert zu sehen, sondern Ausdruck verschiedener Grundhaltungen sind; oder, um WENIGERs Terminologie aufzugreifen: auf verschiedene "Theorien ersten Grades" verweisen. Dabei gehe ich davon aus, daß Äußerungen wie die oben zitierten als Elemente der "Theorien zweiten Grades" zu betrachten sind (zu dieser Unterscheidung s.o., S. 147).

Für Frau A scheint es sehr wichtig zu sein, antizipierten Erwartungen der Schüler gerecht zu werden; es fällt ihr schwer, die Schüler einfach mit sich und ihren Ideen und Plänen zu konfrontieren. So beginnt sie beispielsweise einmal eine Unterrichtsphase mit den Worten: "Ich bin jetzt gespannt, ob ihr auf das gefaßt seid, was ich frage. Stefan, du scheinst nämlich etwas anderes zu erwarten ...", ein anderes Mal mit: "Ich hab mir überlegt, daß ich euch nicht lange rumraten lasse, worum es jetzt geht. Ihr kennt alle ...". Man könnte sagen, sie mutet sich den Schülern nicht einfach zu, weil sie sich für jede Auswirkung ihrer Handlungen verantwortlich fühlt. Dem korrespondiert ihre Neigung in den Gesprächen über die Stunden, ihren Unterricht stark abzuwerten, wenn sie ihre Ziele nicht erreicht, den Fehler also fast ausschließlich bei sich selbst zu suchen. Sie sieht das selbst:

(A1) Was mich beim Durchsprechen der Stunden am meisten schafft, das sind die Auswirkungen, die das so emotional auf mich hat.

Sie frage sich dauernd, was und warum was passiert sei, und wie sie hätte anders reagieren können. Ihrem Anspruch nach, so scheint es, wäre es allein *ihre* Aufgabe, den Unterricht für alle Beteiligten optimal zu gestalten. Daß sie dann auch weitgehende Verantwortung für die Verstehensprozesse der Schüler übernimmt, die sich in ihrer Vorliebe für das "Zerlegen" des Stoffs ausdrückt, fügt sich m.E. plausibel in diesen Rahmen.

Herr B sieht sein eigenes Verhalten gewissermaßen lockerer und auch distanzierter. So ließ er mich beispielsweise schon zu Beginn des ersten Gesprächs das Videoband stoppen mit der (relativ trocken vorgebrachten) Bemerkung:

(B1) Das sind so typische Situationen, die wahrscheinlich von mir Fehler sind: nämlich, daß ich gerne Konflikten ausweiche.

Indem er das ganz ohne Selbstabwertung sagt, bringt er nach meinem Gefühl zum Ausdruck, daß er sich, wie er ist, durchaus den Schülern zumutet; er übernimmt nicht von vornherein die totale Verantwortung für das Gelingen der Gesamtsituation, sondern schiebt auch den Schülern ihren Part zu. Wie bei Frau A, sehe ich auch zwischen dieser Grundeinstellung von Herrn B und seiner Vorliebe für das "Konfrontationsprinzip" eine innere Verwandtschaft.

Diese Gegenüberstellung intendiert keine Wertung unterschiedlicher didaktischer Vorgehensweisen; was ich mit der Diskussion dieser Beispiele zu stützen versuche, ist meine Vermutung, daß handlungsrelevantes didaktisches Wissen nicht ohne weiteres beliebig austauschbar ist. Engagiertes Lehren beruht auf der Einbringung der gesamten Persönlichkeit des Lehrers. Seine Glaubwürdigkeit hängt für die Schüler sicher nicht zuletzt davon ab, ob seine explizit gehandhabten didaktischen Konzepte mit den in seinem Gesamtverhalten sich ausdrückenden Grundorientierungen im Einklang stehen. Auch dies hat WENIGER (1979, 216) ähnlich gesehen.

Einem Eindruck, der sich möglicherweise eingestellt haben könnte, muß allerdings vorgebeugt werden: Das didaktische Wissen der beiden Lehrer zu Verstehensprozessen und Verstehenshilfen erschöpfte sich weder in den beiden herausgearbeiteten Prinzipien noch ließ es sich daraus ableiten. Die beiden Prinzipien repräsentieren gewissermaßen das situations- und stoffunabhängige Handlungswissen in diesem Bereich. Der größte Teil solchen Wissens scheint aber in hohem Maße situations- oder stoffabhängig zu sein. Ein Beispiel auch dazu:

(A5) Die Schüler zeichnen Vierecke meistens so, daß sie auf einer Seite waagerecht liegen, und sind überhaupt, z.B. auch bei Winkeln, unheimlich auf die Waagerechte festgelegt. Ich habe versucht, gegen solche Festlegungen anzugehen, indem ich z.B. Winkel immer in einer anderen Lage an die Tafel zeichne.

Als ich Frau A gegenüber meinen Eindruck thematisierte, daß sich relativ wenig Hinweise auf allgemeineres Lehrerwissen zum Komplex "Verstehen von Mathematik" auffinden ließen, äußerte sie:

(A6) Ich glaube, daß man viele Hilfen, mathematische Sachverhalte Schülern verständlich zu machen, erst dadurch kriegt, daß man ein Stoffgebiet schon einmal durchgegangen ist.

Und:

(A7) Was einem, glaube ich, sehr hilft, auf Schülerreaktionen vorbereitet zu sein, ist die Kenntnis eines gewissen Repertoires an Schülerfehlern.

2.3. Zur Wahrnehmung von und zum Umgang mit Zielkonflikten

Eine Prämisse psychologischer Handlungsmodelle ist, daß der Handelnde von einer bestimmten Soll-Vorstellung ausgeht; die wahrgenommene Ist-Lage versucht er durch seine Handlung (Wahl entsprechender Mittel) auf diese Soll-Vorstellung hin zu verändern. Seine Soll-Vorstellung leitet sich aus seinen Werten und Zielen ab (vgl. z.B. GROEBEN 1981, 38f).

Vieles spricht dafür, daß die obige Prämisse im Fall des Unterrichtshandelns von Lehrern häufig nicht erfüllt ist; oft scheinen Lehrer subjektiv das Gefühl zu haben, durch ihr Handeln gleichzeitig mehreren Zielen gerecht werden zu müssen, die sich strenggenommen wechselseitig ausschließen. Sie erleben Zielkonflikte, die letztlich auf divergierende gesellschaftliche Erwartungen an die Rolle des Lehrers zurückgehen (vgl. BERLAK/BERLAK 1975). Für die Kunst des Unterrichtens scheint es mindestens ebenso wichtig zu sein, pragmatisch solche Zielkonflikte lösen zu können, wie bei klar definierten Zielen in der Situation die richtigen (Handlungs-)Mittel bereitzustellen. In meinen Fallstudien findet sich dafür eine Reihe von Beispielen.

Ein Konflikt, der besonders häufig situative Unsicherheit erzeugt, ist durch zwei einander widerstreitende Zielvorstellungen gegeben, die sich etwa so umreißen lassen:[1]

(1) Ich möchte den einzelnen Schülern gerecht werden.

(2) Ich möchte der Lerngruppe als ganzer gerecht werden.

Betrachten wir Beispiele dafür.

Im Unterricht von Frau A waren bereits Brüche mit gleichem Nenner addiert worden. Nun ging es um die Frage, wie man bei verschiedenen Nennern verfahren könne. Ergün meldete sich und unterbreitete höchst engagiert einen Vorschlag, der inhaltlich darauf hinauslief, als gemeinsamen Nenner ihr arithmetisches Mittel zu berechnen. Der Dialog mit Frau A gipfelte in: "Woher weißt due denn, daß du das darfst, Ergün?" - "Warum, warum darf ich das nicht?" Darauf sagte Frau A noch "willst du einfach so versuchen ..." und wandte sich von ihm ab, der übrigen Klasse zu.

---

1) Interessanterweise bin ich keiner Situation begegnet, in der die Lehrer von mehr als zwei aktuell miteinander streitenden Zielen berichtet hätten. Die subjektive Wahrnehmung von Zielkonflikten als "Dilemma" scheint kein Zufall zu sein.

Im Interview erläutert sie:

(A8) Da war ich unheimlich hilflos. Ich wußte gar nicht, was ich machen sollte, in dem Moment.

Und weiter:

(A9) Ich hätte mich ganz gern noch in Ruhe mit ihm auseinandergesetzt, aber ich glaube, die anderen wären dann ganz verwirrt und auch abgelenkt worden. ... Ich habe nur gedacht, ich muß jetzt weiterkommen, wegen der anderen.

Sie kommt dann noch einmal auf Ergün zurück, der im Unterricht weiter hartnäckig auf seiner Lösung bestanden hatte:

(A10) Ein wenig später habe ich ihm gesagt, er solle das mal für sich behalten und nachher prüfen, ob das Gleiche herauskommt. Ich glaube, das hat ihn erst getröstet.

Herr B kommentiert eine Situation in seinem Unterricht wie folgt:

(B4) Das passiert mir öfter: Ich stelle eine Frage, der (aufgerufene) Schüler weiß keine Antwort. Dann stelle ich eine Hilfsfrage, die mir der Schüler vorher beantworten soll. Der beantwortet dann nicht die Hilfsfrage, sondern die Frage, die vorausgegangen war.

Er erklärt sich das im vorliegenden Fall damit, daß die betroffene Schülerin sich bereits "innerlich" eine Antwort auf die Hilfsfrage gegeben habe.

(B5) Und das ist eine vermiekte Situation, denn ich will ja eigentlich nur dieser Schülerin weiterhelfen, und gerade nicht den anderen. Ich bringe aber die anderen jetzt dadurch in Verwirrung.

Herr B beantwortete in dieser Situation seine Hilfsfrage schließlich selbst.

Das Schwierige und auch emotional Belastende an solchen Zielkonflikten scheint zu sein, daß sie nicht im vorhinein entschieden werden können. Das heißt nicht, daß die konkurrierenden Zielvorstellungen statisch und gleichgewichtig im Kopf des Lehrers nebeneinander stünden. Ihr relatives Gewicht ändert sich situationsabhängig: Ein Lehrer mag geduldig in einen Dialog mit einem Schüler ein-

treten, bis sich, vermittelt durch eine unterschwellige Wahrnehmung wachsender Unruhe unter den Mitschülern (bzw. durch deren Antizipation, wie in den obigen Beispielen), das konkurrierende Ziel in den Vordergrund schiebt und den Lehrer zum Abbruch seines Dialogs veranlaßt. Die Erfahrung, die ihm aus solchen Situationen zuwächst, läßt sich aber kaum in feste Kriterien ummünzen, anhand derer der Lehrer entscheiden könnte, wann er sich die vorrangige Verfolgung welches der beiden Ziele leisten kann. Vieles spricht dafür, daß eine situative Offenheit, eine situative Sensibilität hier von größerer Bedeutung ist als explizierbare Kriterien, welcher Art auch immer. (Damit ist wieder einmal die Frage nach den möglichen Grenzen der Rationalisierbarkeit "guten" Lehrerhandelns angeschnitten.)

Schauen wir uns noch einmal ein anderes Beispiel an. Es ging - im Unterricht von Herrn B - darum, eine Regel für die Division "Dezimalbruch durch eine natürliche Zahl" zu finden. Den Schülern lag die Aufgabe "0,8 : 2" vor. Dazu machte Anja, eine eher schwache Schülerin, folgenden Vorschlag: "Man nimmt einfach die Null, die deckt man ab und tut so, als ob die gar nicht da ist. Und dann rechnet man einfach acht geteilt durch zwei, das sind dann vier. Dann weiß man, also das Wichtigste ist, man muß aber die Null wieder hinschreiben, sonst ist es ja falsch." Herr B ließ zweimal ein "aha" hören, aber weder er noch andere Schüler nahmen explizit zu Anjas Vorschlag Stellung, sondern er stellt als nächste Aufgabe (sozusagen als Gegenbeispiel zu Anjas Regel) "1,6 : 2".

Herr B erläutert im Interview:

(B6) Also, ich geb mir da immer Mühe, den Schülern das Gefühl zu geben, daß man sie - auf der einen Seite - nicht völlig abwürgt, so in dem Stil, "kann ich dir zwar jetzt nicht begründen, aber ist Mist, ist falsch". Auf der anderen Seite muß man aber auch verhindern, daß sich das jetzt als gültige Regel schon festsetzt. Und das kann man teilweise gar nicht so verbal machen. Das muß man irgendwie auch noch andere hinkriegen.

Ob ihm das im vorliegenden Fall allerdings gelungen sei, könne er selbst nicht beurteilen.

Den hier zugrundeliegenden Zielkonflikt könnte man rekonstruieren als "Schüler nicht entmutigen" vs. "darauf achten, daß sich nichts mathematisch Falsches festsetzt", oder auf einer allgemeineren Ebene: "den Schülern gerecht werden" vs. "dem Fach gerecht werden". Auch hier spielt allerdings der zuvor erörtete Konflikt "einzelne" vs. "Gruppe" unterschwellig mit hinein, denn im Rahmen einer Lehrer-Einzelschüler-Situation wäre es gar kein Problem gewesen, auf Anjas Vorschlag geduldig einzugehen.

Ohne weitere Beispiele zu diskutieren, nenne ich als weitere Zielkonflikte, die für Frau A und Herrn B in den aufgezeichneten Stunden eine Rolle spielten, die folgenden:

- Verfolgung spezieller Stundenziele vs. Verfolgung allgemeiner Ziele (z.B. mathematisch angemessene Sprechweise pflegen);
- mit dem Stoff durchkommen vs. sich bei unerwarteten Schwierigkeiten die nötige Zeit nehmen;
- Störungen dulden vs. sofort eingreifen (vgl. Äußerung B3).

Die emotionale Belastung, die von der Aktualisierung solcher Zielkonflikte ausging, war in der Regel sehr deutlich.

Abschließend möchte ich darauf hinweisen, daß ein Pol der konfligierenden Ziel-Paare häufig durch die institutionellen Rahmenbedingungen definiert wird, unter denen schulischer Unterricht stattfindet: Unterricht als Klassenunterricht, Stoffvorgabe, Stofffülle, zeitlich starre Gliederung durch Unterrichtsstunden.

2.4. Auswirkungen des Perspektivwechsels

Die Vorgaben, die in den Fallstudien die Herausarbeitung handlungsrelevanter Bestände subjektiven Wissens ermöglichen sollen, nämlich die Videoaufnahmen des eigenen Unterrichts, stellen für die beteiligten Lehrer natürlich kein neutrales Material dar. Ich möchte hier weniger auf den Aspekt eingehen, inwieweit das zu einer Verfälschung der Selbstberichte der Lehrer über ihre Handlungshintergründe führen könnte,[1] sondern darauf, welche Auswirkungen diese Situation für die Sichtweise der Lehrer und ihre Selbstreflexion hat.

1) sieh dazu z.B. WAHL (1979), der sich insbesondere mit dem Problem der Unterscheidung zwischen "handlungssteuernden" und "handlungsrechtfertigenden Kognitionen" auseinandersetzt.

Frau A meinte gegen Schluß des letzten Interviews:

(All) Ich denke jetzt, mein Gott, was ist das blöder Alltag. Ich habe mich jetzt im Moment so aus einer Schülerperspektive heraus gesehen und fand das unheimlich ermüdend und dachte, es wundert mich nicht, wenn manche Schüler halt abschalten und nichts mehr mitkriegen.

Die Relativierung des Standpunkts, der im Alltag bestimmend sein mag, ist deutlich. Herr B äußerte:

(B7) Vor allen Dingen sehe ich mich jetzt zum ersten Mal, wie ich mich da überhaupt bewege. Die Verlegenheitsbewegungen, die ich da immer so oft drin habe ...

Auf eine Kurzformel gebracht: Die Lehrer lernen sich von einer neuen Seite kennen. Die eigene Praxis erhellt sich dadurch, daß sie sich plötzlich mit fremden Augen sehen können.

Daß sich dieses "Sich-anders-sehen" durchaus nicht nur in relativ globalen Stellungnahmen wie den obigen erschöpft, zeigt das letzte Beispiel aus dem Unterricht von Herrn B. Thomas hatte eine falsche Antwort gegeben und wurde von den Schülern ausgepfiffen. Herr B dazu:

(B8) Hast du gemerkt, wie ich, als Thomas das gesagt hat und nun wieder völlig auf dem falschen Dampfer saß, und die anderen ihn auch noch fertig machen, daß ich da auch noch einen Schritt drohend auf ihn zugegangen bin?

Während wir uns die Szene ein zweites Mal ansehen, kommentiert er:

(B9) Guck mal, guck mal, "aha, was ist denn mehr?" - Tapp, tapp, tapp! Du merkst diese etwas aggressiven Worte, "was ist denn mehr", ne? Also nicht, "überleg dir mal, was mehr ist", sondern "was ist denn mehr", sofort mit der entsprechenden Haltung ...

Auf meine Frage bekannte er, daß ihm die Rolle, die er dabei für Thomas gespielt habe, erst jetzt, beim nachträglichen Betrachten der Szene, bewußt geworden sei. Vorher habe er sich nur daran erinnert, daß er dann irgendwann etwas später Thomas mit der Bemerkung, er habe das im Test doch richtig gemacht, vor den anderen in Schutz genommen habe.

An diesem Beispiel wird natürlich auch sichtbar, daß Prozesse alternativer Selbstwahrnehmung nicht gleichsam automatisch in Gang gesetzt werden dadurch, daß jemand durch eine technische Aufzeichnung mit seinem eigenen Verhalten konfrontiert wird. Ohne ein entsprechendes Hintergrundwissen über mögliches eigenes Fehlverhalten wäre Herr B über die vorliegende Szene gewiß hinweggegangen; anders gesagt: die Situation als solche enthält noch nicht die Maßstäbe ihrer Beurteilung. Ist aber ein Sensorium für das eigene Verhalten und die Bereitschaft zu Selbstkritik bereits entwickelt, so kann der Perspektivwechsel, der durch die Videotechnik ermöglicht wird, eine realistische Selbstwahrnehmung sehr fördern.

3. Zum Abschluß: Überlegungen zur Genese von Unterrichtserfahrung

Lehrer berichten häufig, daß sich nach ca. fünf Jahren bei ihnen so etwas wie Routine eingestellt habe, einhergehend mit dem Gefühl, den meisten alltäglichen Anforderungen durch ihre Berufstätigkeit nun gewachsen zu sein. Eine interessante Frage ist, was eigentlich in diesem Zeitraum geschieht: Wie bauen sich subjektive Unterrichtstheorien auf? Meine beiden Fallstudien mit jüngeren Lehrern lassen sich gewissermaßen als Momentaufnahmen aus diesem Entstehungsprozeß deuten. Die Skizze, die ich im folgenden von ihm gebe, resümiert (in komprimierter Form) meinen momentanen Erkenntnisstand, der sich zwar nicht aus den im Verlauf der Fallstudien gewonnenen Erfahrungen ableitet, diese aber berücksichtigt.

Lehrer sind kein unbeschriebenes Blatt, wenn sie das erste Mal vor einer Klasse stehen. Sie bringen einen reichen Schatz an Alltagswissen über den Umgang mit anderen Menschen mit (der nicht zuletzt aus ihrer eigenen Schulzeit resultiert), eine Menge Fachwissen[1], je nach Interesse und Engagement mehr oder weniger ausgeprägte Ziel- und Wertvorstellungen (Ideale) hinsichtlich ihrer beruflichen Tätigkeit. Doch dieses Wissen reicht in der Regel nicht, die vielfaltigen Anforderungen, die u.a. durch die institutionellen Randbedingungen gesetzt werden, zu bewältigen. Zielkonflikte machen dem Lehrer zu schaffen; er erlebt immer wieder in Situationen, auf die er nicht vorbereitet ist, Unsi-

1) Während der Hochschulzeit erworbenes pädagogisches und didaktisches Wissen sei hier vernachlässigt, da es meist nur wenig handlungsrelevant ist.

cherheit oder gar Hilflosigkeit. Da er aber unter Handlungsdruck steht und sich nicht "nicht verhalten" kann (vgl. WATZLAWICK u.a. ^{4}1974, 50ff), handelt er entsprechend seinem "Habitus", aber, was die spezielle Situation betrifft, notfalls aufs Geratewohl - und registriert die Folgen. Mit der Zeit gewinnt er einen Überblick über die möglichen Folgen seines Handelns: Er sammelt Erfahrung. Er lernt abzuschätzen, was er auf jeden Fall vermeiden muß, um untragbare Folgen zu verhindern. Er bevorzugt Handlungen, mit deren möglichen Folgen er leben kann; sein Handeln stabilisiert sich, routinisiert sich. Seine Erfahrung besteht in weiten Bereichen aus einem "Kann-Sein-Wissen", das seinen Erwartungshorizont beschreibt und ihn auch auf die nie gänzlich zu vermeidenden Enttäuschungen gefaßt macht. Nur in Ausnahmefällen kristallisieren sich seine Erfahrungen in klar formulierten Handlungsregeln ("Herstellungswissen" im Sinne von LAUCKEN 1980, 17f), die sich rational anwenden lassen und eine gezielte Kontrolle der Handlungsfolgen ermöglichen. Ziel- und Wertvorstellungen pendeln sich in diesem Prozeß auf einen Horizont ein, der das in der eigenen Berufsgeschichte als "möglich" Erfahrene zum Erfahrbaren überhaupt macht und tendenziell gegen andersartige Erfahrungen abschottet, deren Voraussetzung andersartige Aktivitäten des Lehrers wären.

Diese Skizze (die allerdings noch wesentlich ausgearbeitet werden müßte), hat für mich deshalb hohe Plausibilität, weil sie mögliche Erklärungsansätze für viele der Phänomene beinhaltet, die von den Lehrern meiner Fallstudien berichtet werden bzw. auf die sich zurückschließen läßt: die Verfestigung der unterschiedlichen "Verstehens"-Konzeptionen etwa, der Umgang mit Zielkonflikten, die Notwendigkeit des Perspektivwechsels für eine Neubewertung des eigenen Verhaltens, der hohe Stellenwert des stoff- und situationsspezifischen Wissens.

In dieser Richtung gedenke ich weiterzuarbeiten.

"... gebe dir zu bedenken, daß die
wahrhaft erleuchtenden Ströme des
Nicht-Wissens stets aus dem Verborgenen quillen"

S.R. Nnamyeh
(in einem Gespräch
mit dem Autor)

Literatur

Arbeitsgruppe Schulforschung: Leistung und Versagen. Alltagstheorien von Schülern und Lehrern. München 1980.

Berlak, H./Berlak, A.: Toward a political and social-psychological theory of schooling. Interchange, 1975, 6, 11-22.

Binneberg, K.: Pädagogische Fallstudien. Ein Plädoyer für das Verfahren der Kasuistik in der Pädagogik. Zeitschrift für Pädagogik, 1979, 25, 395-402.

Bromme, R./Hömberg, E.: Methodische Probleme und Möglichkeiten der Untersuchung sprachlich gefaßter handlungsregulierender Kognitionen. In: Volpert, W. (Hrsg.): Beiträge zur psychologischen Handlungstheorie. Bern: Huber 1980, 105-120.

Flitner, A.: Eine Wissenschaft für die Praxis? Zeitschrift für Pädagogik, 1978, 24, 183-199.

Groeben, N.: Die Handlungsperspektive als Theorierahmen für Forschung im pädagogischen Feld. In: Hofer 1981, 17-48.

Groeben, N./Scheele, B.: Argumente für eine Psychologie des reflexiven Subjekts. Darmstadt 1977.

Groeben, N./Scheele, B.: Einige Sprachregelungsvorschläge für die Erforschung subjektiver Theorien. Manuskript o.O., o.J.

Gudjons, H./Reinert, G.-B. (Hrsg.): Schulleben. Königstein 1980.

Gürge, F./Held, P./Wollny, M.: Lehrertagebücher. Möglichkeiten und Grenzen der Arbeit mit Konzeptschülern. Bensheim 1978.

Heider, F.: Psychologie der interpersonalen Beziehungen. Stuttgart 1977 (erstmals publiziert: New York 1958).

Heymann, H.W.: Mathematikunterricht als schulischer Alltag. In: Heymann, H.W. (Hrsg.): Didaktik der Mahtematik. Erziehungswissenschaftliches Handbuch, Band X. Königstein 1982 (im Druck).

Hofer, M. (Hrsg.): Informationsverarbeitung und Entscheidungsverhalten von Lehrern. Beiträge zu einer Handlungstheorie des Unterrichtens. München 1981.

Hofer, M./Dobrick, M.: Naive Ursachenzuschreibungen und Lehrerverhalten. In: Hofer 1981, 109-156.

Huber, G.L./Mandl, H.: Probleme des Zugangs zu handlungsleitenden Kognitionen durch Verbalisation. Manuskript Tübingen 1980.

Husmann, I.: Glanz und Elend eines Schuljahrs. Stuttgart 1975.

Kagerer, H.: In der Schule tobt das Leben. Berlin 1978.

Klink, J.-G.: Klasse 7e. Aufzeichnungen aus dem Schulalltag. Bad Heilbrunn 1974.

Lenzen, D. (Hrsg.): Pädagogik und Alltag. Stuttgart 1980.

Nisbett, R.E./Wilson, T.D.: Telling more than we can know: Verbal reports on mental processes. Psychological Review, 1977, 84, 231-259.

Rumpf, H.: 40 Schultage - Tagebuch eines Studienrats. Braunschweig 1966.

Schoenebeck, H.v.: Der Versuch, ein kinderfreundlicher Lehrer zu sein. Frankfurt am Main 1980.

Smith, E.R./Miller, F.D.: Limits of the perception of cognitive processes: A reply to Nisbett/Wilson. Psychological Review, 1977, 84, 335-362.

Smith, L.M.: An involving logic of participant observation, educational ethnography and other case studies. In: Shulman, L.S. (Hrsg.): Review of Research in Education, 1978, 6. Itasca, Illinois 1979, 316-377.

Terhart, E.: Intuition - Interpretation - Argumentation. Zum Problem der Geltungsbegründung von Interpretationen. Zeitschrift für Pädagogik, 1981, 27, 769-793.

Thiemann, F. (Hrsg.): Konturen des Alltäglichen. Interpretationen zum Unterricht. Königstein 1980.

Thiersch, H.: Die hermeneutisch-pragmatische Tradition der Erziehungswissenschaft. In: Thiersch, H./Ruprecht, H./Herrmann, U. (Hrsg.): Die Entwicklung der Erziehungswissenschaft. München 1978, 11-108.

Ulich, D.: Rationalismus und Subjektivismus in "kognitiven" Motivationstheorien. Zeitschrift für Pädagogik, 1979, 25, 21ff.

Ulich, D.: Zur Handlungswirksamkeit von Kognitionen: Theoretische Idealisierungen. In: Görlitz, D. (Hrsg.): Entwicklungspsychologische Beiträge zur Attributionsforschung. Weinheim 1982 (im Druck).

Wagner, A.L. u.a.: Unterrichtspsychogramme. Was in den Köpfen von Lehrern und Schülern vorgeht. Reinbek 1981.

Wahl, D.: Methodische Probleme bei der Erfassung handlungsleitender und handlungsrechtfertigender subjektiver psychologischer Theorien von Lehrern. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psycholgie, 1979, 11, 208-217 (a).

Wahl, D.: Forschungsprojekt "Naive Verhaltenstheorie von Lehrern". Zwischenbericht über die Projektarbeit vom 01.10.1977 bis 31.03.1979. Manuskript Weingarten 1979 (b).

Wahl, D.: Implizite Theorien. In: Schiefele, H./Krapp, A. (Hrsg.): Handlexikon zur Pädagogischen Psychologie. München 1981, 172-176 (a).

Wahl, D.: Psychologisches Alltagswissen im Unterricht. In: Fietkau, H.-J./Görlitz, D. (Hrsg.): Umwelt und Alltag in der Psychologie. Weinheim 1981 (b).

Wahl, D.: Methoden zur Erfassung handlungssteuernder Kognitionen von Lehrern. In: Hofer 1981, 49-77 (c).

Watzlawick, P. u.a.: Menschliche Kommunikation. Bern ^{4}1974.

Weniger, E.: Theorie und Praxis in der Erziehung. Westermanns Pädagogische Beiträge, 1979, 31, 212-218 (erstmals publiziert in: Die Erziehung, 1929, 4, 577ff).

LERSCHWIERIGKEITEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER GRUNDSCHULE UND ORIENTIERUNGSSTUFE

Jens Holger Lorenz

1. Einleitung

Zweite Schulklasse, Sieben- bis Achtjährige, 3. Stunde, Thema: geometrische Propädeutik. Die Lehrerin hat einen Overhead-Projektor mitgebracht und legt ein Pappquadrat auf (Abbildung 1).

Abbildung 1

"Um welche Figur handelt es sich hier?"

"Quadrat" tönt es laut und übereinstimmend durch die Klasse. Die Lehrerin verschiebt die Pappfigur, so daß sie auf der Spitze steht (Abbildung 2).

Abbildung 2

"Und jetzt?" - Schweigen.

"Was für eine Figur ist das jetzt?"

"Karo" sagen (unsicher und fragend) einige Kinder, die offenbar schon Karten spielen oder deren Eltern einen entsprechenden Kaffee trinken.

Etwas überrascht und irritiert dreht die Lehrerin die Figur in die Ausgangslage zurück und wiederholt ihre Frage: "Was ist das?" - "Ein Quadrat."

Sie dreht es wieder 'auf die Spitze': "Und jetzt?" - "Ein Karo" ertönt der Ruf, schon lauter und mehrheitlich. Einer, der schüchtern meint, es sei auch ein Quadrat, wird lautstark belehrt.

Fünfte Schulklasse, Thema: Geometrie. Die Lehrerin hat ein Tafelbild vorbereitet (Abbildung 3):

Abbildung 3: Vorlage der Lehrerin

"Malt diese Figuren auf euer Arbeitsblatt möglichst genau ab." Weitere Anweisungen sollten folgen.

Ein Schüler, etwas introvertiert und kontaktscheu, zeichnet folgende Figuren (siehe Abbildung 4) auf sein Papier, den Blick häufig zwischen Tafel und Arbeitsblatt wechselnd.

Abbildung 4: Ergebnis eines Schülers

Er scheint mit sich und seinem Produkt hinreichend zufrieden.

Viertes Schuljahr, Abschlußtest zu einem Projekt, Thema: Drehung um 180^{0}. Die Kinder haben auf dem Testbogen Aufgaben zu bearbeiten und die richtige Lösung aus vier (+ 1 = keine der vier) Lösungsvorschlägen auszuwählen. Arbeitsanweisung: "Die Figur F wird so um den dicken Punkte gedreht, daß sie genau auf das leere Kästchen paßt. Welches ist die gedrehte Figur? Kreuze an!" Eine Schülerin löste die Aufgaben in der Weise, wie Abbildung 5 zeigt.

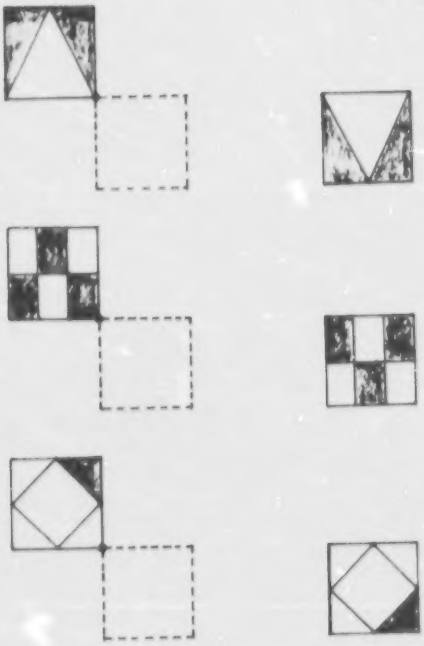


Abbildung 5: Lösung einer Schülerin

Gemeinsam ist allen Aufgaben, daß sie aus der Geometrie bzw. der geometrischen Propädeutik stammen. Sie verlangen u.a. ein optisches Verständnis, ein visuelles Analysieren und Synthetisieren. Was aber unterscheidet die Fehler?

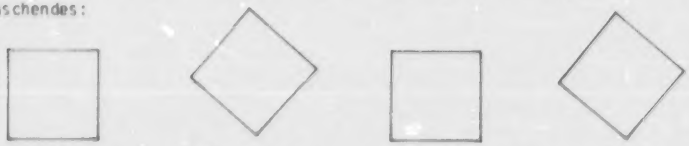
2. Begriffsproblem

Schwächen im Mathematikunterricht fallen zuerst im Erstrechenunterricht auf, Kinder haben Schwierigkeiten im Zahlverständnis, im Umgang mit arithmetischen Operationen und machen z.T. "unverständliche Fehler" bei "leichten Aufgaben". Es liegt häufig nahe, ihren Entwicklungsstand von einem Schulpsychologen qua "objektiver Tests" ermitteln zu lassen. Die Selektionskraft von Mathematik neben Lese- und Schreibunterricht bewirkt dann vorschnell eine Überführung an spezielle Einrichtungen, etwa eine Lernbehinderten-Schule, die den (vermeintlichen oder tatsächlichen) Lernstörungen des Kindes besser gerecht werden könnte.

Was aber alles als "Rechenschwäche" oder "Lernstörung im Mathematikunterricht" kategorisiert wird, stellt sich alsbald als sehr heterogenes Bündel heraus, mit unterschiedlichen Ursachen und verschiedenen Erscheinungsformen. Ein adäquater Ansatz, diese Vielfalt aufzubrechen, erst würde es ermöglichen, den Kindern schon im herkömmlichen Mathematikunterricht mittels zusätzlicher Interventionen den Anschluß an den Klassenstand zu ermöglichen. Dazu abgestimmte "Programme" hätten sich am jeweiligen Einzelfall zu orientieren, müßten ideographisch vorgehen, so daß sich ein summarisches "Rechenschwäche-Programm" verbietet. Dies setzt eine detaillierte Analyse der Erscheinungsformen von Rechenfehlern und ihrer Ursachen voraus, es bedingt eine Begrifflichkeit im Umgang mit dem Phänomen "Lernschwierigkeit".

Kehren wir zu den obigen Aufgaben zurück. Im *ersten Beispiel* scheinen wir es mit einer Klasse von Schülern zu tun zu haben, die noch nicht in der konkret-operationalen Phase sind (offenbar haben sie ihren Piaget nicht richtig gelesen und wissen nicht, daß man in ihrem Alter Konservierer zu sein hat), die Konstanz eines Quadrates unabhängig von seiner Lage ist ihnen fremd.

Führen wir die gleich Aufgabe mit Fünfjährigen durch, dann ergibt sich Überraschendes:



"Quadrat" "Quadrat" "Quadrat" "Quadrat"

Abbildung 6: Lösung von Fünfjährigen

Noch schlimmer also: Die Sieben- bis Achtjährigen haben nicht nur nichts dazugelernt, sie haben auch noch Wichtiges vergessen! Ein Fall von Klassenamnesie?

Wohl kaum. Im Gegenteil. Weitere Beispiele zeigen, daß die Schüler sich einen Begriff (mühsam) angeeignet haben: "senkrecht" (und "parallel"). Läßt man Fünf- bis Achtjährige ein Haus malen, so fallen sie sehr ähnlich aus:

Abbildung 7

Fordert man aber noch einen Schornstein auf das Dach, dann ergeben sich gravierende Unterschiede.

Abbildung 8: Haus eines Fünfjährigen

Abbildung 9: Haus eines Achtjährigen

Die achtjährigen Kinder haben ein Konzept von "senkrecht" entwickelt und wissen, daß es dazu eines Bezugsrahmens bedarf, etwa der Tafel- oder Blattseite. Dies gewinnt jetzt insofern an Bedeutung, als alle Dinge, die sich bezüglich dieses Begriffs unterscheiden, wohl nicht "gleich" sein können. Liegt es da nicht nahe, ihnen auch verschiedene Namen zu geben? Fragt man die Schüler, wieviele Seiten das Dreieck in Abbildung 10 hat, erhält man als Antwort "zwei". Das "gleiche" Dreieck in Abbildung 11 hingegen soll "drei" Seiten haben, das Dreieck in Abbildung 12 wiederum nur "zwei" Seiten.

Abbildung 10

Abbildung 11

Abbildung 12

Im vorliegenden Fall handelt es sich bei dem Fehler also um eine Mißkonzeption, genauer: um die Interferenz zweier Begriffe, die alters- und entwicklungsbedingt zu erwarten ist.

Ähnliche Fehler treten auch noch später auf. Die Gründe sind dann aber andere, eher didaktogene, z.B. mangelnder Umgang mit "ungewöhnlichen" Lagen geometrischer Objekte. Etwa stellt für viele Zwölf- bis Dreizehnjährige die folgende Aufgabe ein unlösbares Problem dar: "Der Punkt ist der Mittelpunkt eines Quadrates, das Kreuz eine Ecke (Abbildung 13). Gib die anderen Eckpunkte an." (siehe HEDGER/KENT 1978).

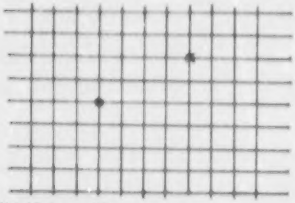


Abbildung 13

Zum *weiten Beispiel*. Die "Lösung" dieses Schülers ist auf dieser Altersstufe in höchstem Maße befremdlich, zumindest ungewöhnlich. Die Kenntnis des Schülers läßt auch weder den Schluß auf künstlerische Eigenwilligkeit zu, noch kann man ihm Böswilligkeit unterstellen. Es handelt sich um eine räumliche Verzerrung ohne "wenn und aber". Dieser eine Fehler läßt für sich genommen auf keine spezifischen Ursachen schließen. Der betreffende Schüler beherrschte die arithmetischen Grundoperationen mittelmäßig und war im Kopfrechnen gut. Sein Verbal-IQ war überdurchschnittlich. Allerdings hatte er keine Vorstellung von Dimensionierung. So konnte er etwa die Länge eines Bleistifts nicht angeben, erkannte die Unsinnigkeit bestimmter Aufgaben nicht (z.B. ein Haus auf ein 2 x 3 cm großes Grundstück zu bauen) und Geldmünzen unterschied er

nur aufgrund ihrer Prägung, nicht aber nach ihrer Größe (Beispiel aus JOHNSON/MYKLEBUST 1971). Faßt man dies alles zusammen, so liegt der Verdacht nahe, daß eine visuelle Teilleistungsschwäche vorliegt (genauer unter 3.3.).

Drittes Beispiel. Es erscheint überraschend, daß, auf den ersten Eindruck hin, die Schülerin die ersten beiden Aufgaben richtig löst, die dritte aber nicht. Warum hat sie auf einmal die korrekte Lösungsstrategie verlassen, sie mitten in einer Aufgabensequenz geändert?

Eine genauere Analyse des Fehlers läßt nun gerade das Gegenteil vermuten. Die Schülerin hat (möglicherweise) ihre Strategie gar nicht geändert, sie hat bei allen drei Aufgaben die gleiche, allerdings falsche Vorgehensweise benutzt: Sie hat die Figuren "geklappt". Die Spiegelung an einer Seite lieferte zwar die richtige Lösung bei den ersten beiden, nicht aber bei der letzten Aufgabe.

Daß Schüler falsche Strategien anwenden, ist nichts Besonderes sondern das tägliche Brot des Lehrers. Ebenso, daß sie nicht immer den vom Lehrer gewünschten (gelehrten) Algorithmus verwenden, sondern einen eigenen, selbstgestrickten und äquivalenten in dem Sinne, daß sie das gleiche "herausbekommen". (Häufig sind diese selbstgemachten Strategien zeitaufwendiger, etwa wenn Schüler Additions- und Subtraktionsaufgaben durch "abzählen" lösen.) Die Aufdeckung von fehlerhaften Lösungsschemata ist aber in den Fällen schwierig, wenn das Resultat befriedigend ausfällt.

Aus der oben angegebenen Aufgabe allein läßt sich nun nicht bestimmen, aus welchem Grund die Schülerin spiegelt und nicht dreht. Wurde etwa die Spiegelung als letztes "durchgenommen", nach der Drehung? Hatte sie zu wenig Diskriminationslernmöglichkeiten für die beiden Operationen? Hatte sie bei der Behandlung der Drehung die Masern? Liegen etwa fundamentale Ursachen, wie eine Störung im Verarbeitungssystem visueller Reize, vor? Eine Kenntnis der Schülerin und ihr Verhalten bei ähnlichen Aufgaben erlauben der Lehrerin unschwer eine genauere Ursachenzuschreibung und entsprechende Interventionsmaßnahmen.

Den drei Beispielen entsprechen drei Grobklassifizierungen von Lernproblemen im Mathematikunterricht (aus diesem Grund wurden sie ja auch ausgewählt):

- Entwicklungsbedingte Fehler,
- Fehlstrategien und
- Fehler aufgrund von Teilleistungsschwächen.

Im folgenden soll nun versucht werden, diese drei Klassen näher zu bestimmen und ihre Erscheinungsformen zu beschreiben.

3. Ätiologie von Schülerfehlern

3.1. Entwicklungsbedingte Fehler

Entwicklungsbedingte Fehler beschreiben wohl die kleinste Klasse von Schülerfehlern im Mathematikunterricht der Grundschule und Orientierungsstufe. Sowohl Schulbuchautoren als auch Lehrer sind ja (hoffentlich) bemüht, den curricularen Inhalt in einer "kindgemäßen", d.h. auf den jeweiligen kognitiven Entwicklungsstand abgestimmten Form zu vermitteln. Da entwicklungskausale Fehlleistungen letzthin auf einer Überforderung der Schüler beruhen, wird der Lehrer den behandelten Gegenstand (oder seine Präsentationsweise) zurückstellen.

Fehler dieser Art liegen dann vor, wenn sie von der Mehrzahl der Schüler gemacht werden, bzw. für die meisten Schüler aufgrund des (theoretischen) Kognitionsstandes voraussagbar sind. Der entwicklungsgemäße Stand der Grundschüler und zum Teil der Orientierungsstufenschüler liegt, sensu PIAGET, auf der konkret-operationalen bzw. abstrakt-operationalen Phase. Dies bedeutet insbesondere, daß der Mathematikunterricht sich eines gewissen methodischen Vorgehens bedienen muß, um mathematische Operationen beim Kind aufzubauen. So werden etwa in Schulbüchern, die sich an PIAGET und AEBLI orientieren, vier Stufen beim arithmetischen Anfangsunterricht unterscheiden (vgl. auch zur Psychologie und Psychopathologie der Rechenleistung GRISSEMANN 1974):

- der effektive Vollzug einer Handlung, in der arithmetische Operationen logisch-strukturell enthalten sind
- die bildliche Darstellung der Operationen
- die zeichengemäße Darstellung (Zifferngleichungen)
- die Automatisierung im Zeichenbereich.

Insbesondere verdienen die ersten beiden Stufen eine Betonung (siehe auch ENGELHARDT/WIEBE 1980), als ein vorschnelles Weitergehen auf die nächsten Stufen eine "Verinnerlichung" der mathematischen Operationen verhindert. Solche Kinder fallen anfangs im Unterricht nicht auf, da sie durchaus fähig sind, die Automatismen auswendig zu lernen und somit eine Abstraktionsleistung vorzuspielen (um bewußtes "Vorspielen" handelt es sich aber nur aus der Sicht des Lehrers, da die Schüler alles aus dem Unterricht gezogen haben, wozu sie in der Lage sind). Diese Schüler bewältigen selbst noch den Zehner- und Hunderter-Übergang mittels auswendiger Routinen, konfundieren aber von einem gewissen Punkt ab die Rechenalgorithmen (wahrscheinlich aus Überlasgunysgründen des Gedächtnisses). Dies widerspricht auch nicht der bekannten Tatsache, daß Kinder schon vor dem Schuleintritt über eine erstaunliche Kenntnis der Zahlen und ihrer Relationen verfügen (GINSBURG 1980; RADATZ 1980). Doch "lösen" sie arithmetische Operationen fast ausschließlich durch Zählen, eine Strategie, auf die oben genannte Schüler noch in Klasse 4 zurückgreifen mit hohem Zeitaufwand und mäßigem Erfolg.

Sprachliche Probleme im Mathematikunterricht der Grundschule treten vornehmlich aus drei Gründen auf:

- Mathematik und ihre Begriffe tritt als erste "Fremdsprache" im Unterricht auf. So müssen in den ersten Grundschuljahren (je nach Lehrbuch) mehrere hundert neue Begriffe pro Jahr erlernt werden (LORCHER 1976). Die Schulbuchautoren gestatten den Kindern aber freundlicherweise, die Mehrzahl dieser "Vokabeln" sofort nach Gebrauch wieder zu vergessen, da sie später nicht mehr auftreten.
- Umgangssprache und mathematische Fachsprache benutzen Termini in verschiedener Weise, wodurch lernerschwerende Konfundierungen auftreten (WINTER 1978; VOLLRATH 1978; MAIER/BAUER 1978).
- Linguistische Variablen wie etwa Satzverschachtelung, Länge des Satzes, Satztypus, Wortzahl und Wortlänge sowie strukturelle Parameter stellen für Kinder dieser Altersklasse entscheidende Hemmnisse dar (JANSSON 1974; LINVILLE 1976; MATTHEWS 1980; SEIDEL 1978; HOLLANDER 1978).

Man betrachte etwa folgende Aussage zu Abbildung 14: "Die zweite Menge hat zwei Elemente weniger als die erste. Die dritte Menge hat noch zwei Elemente mehr weniger."

Abbildung 14

Insbesondere (aussagen-)logische Verknüpfungen können von Grundschülern aufgrund der kognitiven Entwicklung nicht erwartet werden (SEIDEL 1978), wobei der (für Mathematikerohren unscharfe) Gebrauch des Umgangssprachlichen "und" und "oder" verheerende Folgen haben kann ("die roten und runden Plättchen" "die roten und die runden Plättchen"). Der Einzug der Aussagenlogik in die Grundschule eröffnete zwar den Denksportlern unter den Schulbuchautoren und Lehrern eine immergrüne Spielwiese, aber etwa eine doppelte Verneinung stößt bei den Schülern auf wenig Gegenliebe (ROBERGE 1975).

Das Thema der sprachlichen Schwierigkeiten bei Grundschülern sollte allerdings nicht vorschnell die helfenden Aspekte sprachlicher Vermittlung in den Hintergrund treten lassen. Da Grundschüler nicht in der Lage sind, formal zu operieren, sondern sich vorstellungsmäßig den Problemen nähern, vermag eine sprachliche Einkleidung, Situationen und "innere" Bilder zu erzeugen, die erleichternd wirken. Formale, auf abstrakte Gegebenheiten ausgerichtete Problemstellung verhindert dies (JANVIER 1981). So ist noch die Aufgabe "Ein Kuchen wird in vier Teile geschnitten. Theo nimmt ein Teil weg." ungleich leichter lösbar für Orientierungsstufenschüler als die Aufgabe "$1 - \frac{1}{4} =$ " (Lösungshäufigkeit bei einem Test 78 % versus 45 %).

Daß formale Beweise in der hier angesprochenen Altersstufe nicht unterrichtbar sind, liegt auf der Hand. Aber auch die Vorstufen (Erhellung, "Aha-Erlebnis" über einen Sachverhalt, intuitives Erfassen der "Wahrheit" einer Gesetzmäßigkeit) sind von der kognitiven Entwicklung abhängig (BELL 1976, 1979; LESTER 1975; GALBRAIGHT 1981). Rein sprachlich gefaßte Begründungen selbst sehr banal erscheinender Gesetze werden zwar von den Kindern als solche gehorsam hingenommen, können aber nicht an erlebbare Muster angegliedert werden. Die Folge ist eine Koexistenz von zwei Systemen von Mathematik in den Schülerköpfen, ein formales, unterrichtetes und ein selbstgestricktes, intuitives, auf "gesundem Schülerverstand" basierendes (BOOTH 1981; HART/BOOTH 1981; allerdings ist in deutschen Lehrbüchern den formalen Beweisen wenig Platz eingeräumt; siehe Stein 1981).

Die Genese situations- und erlebnis- (= handlungs-) relevanter Aspekte eines Problems wird nicht nur durch sprachliche Mittel im Unterricht versucht, sondern auch durch ikonische. Die Verwendung von Ikonen im Mathematikunterricht unterliegt aber haufig gewisser Konventionen, die, so vertraut sie uns in unserem Kulturkreis auch sind, keineswegs als selbstverständlich universell werden konnen (BISHOP 1979; LEAN/CLEMENTS 1981). So ist zwar den Gründschülern die Abbildung 15 als Würfel geläufig, und auch Abbildung 16 wird als Quader ("Ziegelstein") erkannt.

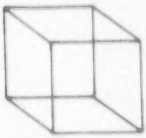


Abbildung 15

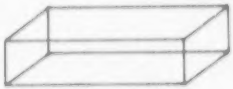


Abbildung 16

Immer muß aber berücksichtigt werden, daß hier neben Teilen räumlicher Vorstellung auch Vereinbarungen enthalten sind und das "Erkennen" kein Erkennen a priori, vor aller Erfanrung, ist. Denn

- die Konventionen versagen bei weniger gebräuchlichen Mustern: Abbildung 17 wird auch von Erwachsenen a) als gar keine räumliche Figur interpretiert, b) als quadratische Pyramide, c) als Tetraeder (und alles drei ist obendrein eine zulässige Lösung);

Abbildung 17

- die Ikone werden von den Schülern auch dann räumlich gedeutet, wenn der Lehrer sie zweidimensional gedacht haben möchte. Die Anzahl der Vierecke ist in Abbildung 18 in unteren Klassen (selbstverständlich) drei, nicht vier (über die Entwicklungsabhängigkeit von "embedded figures" vgl. AYERS et al. 1979).

Abbildung 18

Nichts destoweniger helfen Visualisierungen in den ersten Grundschuljahren den Schulern, als der Übergang von der konkret-operationalen zur abstrakt-operationalen Phase im Sinne PIAGETs mit der Ausdifferenzierung der Gehirn-

hälften zusammenhängt (WHEATLEY et al. 1978). Bildliche Information wird von nun ab vorrangig rechtshemisphärisch prozessiert, sprachliche (sequentielle) vornehmlich links (WITELSON 1976).

Abschließend seien noch kurz jene entwicklungsbedingten Fehlleistungen erwähnt, die mit ungenügender kognitiver Komplexität zusammenhängen. Dazu gehören, in den Termini der Psychologie, vor allem Fehler aufgrund mangelnder selektiver Aufmerksamkeit, Diskriminationsschwächen (bei komplexen Gegebenheiten), unzureichendem Kurz- und Langzeitgedächtnis und defizitärer konzeptueller Integration (CASTIGLIONE 1981; COLLIS/ROMBERG 1981).

3.2. Fehlstrategien

Schülerfehlern liegt (fast) immer eine Strategie zugrunde, die in sich konsistent und nachvollziehbar, aber leider der Aufgabenstellung nicht angemessen ist. Die Lösungsvorschläge der Schüler erscheinen uns z.T. als willkürlich und eher eine Auswahl von Zufallszahlen, und die Schulpraxis mit ihren zeitlichen Restriktionen erlaubt es dem Lehrer nur ungenügend, näher darauf einzugehen. Analysiert man aber die Fehler genauer oder befragt die Schüler nach ihrem Lösungsweg, so erhält man plausible Muster mit großer Nähe zum richtigen Vorgehen.

333	388	444
+ 88	+ 33	+ 77
2621	421	2721
Figur 19	Figur 20	Figur 21

Die Lösung (Figur 19) einer neunjährigen Schülerin (3. Klasse) ist wenig verständlich, und ihre Ergebnisse bei ähnlichen Aufgaben (Figur 20 und 21) helfen auf den ersten Blick wenig, ihrem Lösungsweg näher zu kommen. Erst sogenannte "Einzelfallstudien" oder "Protokolle lauten Denkens" (HILLS 1981; HILLEL/WHEELER 1981; MCALLOON 1979; SCHOEN 1979) geben Aufschluß: (Auszug aus dem Protokolle) "Drei plus acht geht nicht, weil acht größer ist als drei. Also borge ich einen Zehner (schreibt eine 1 an die Zehnerspalte). Dreizehn plus acht ist einundzwanzig (schreibt 1 hin und überträgt 2 in die Hunderterspalte). Drei plus acht geht wieder nicht. Ich borge wieder eine Zehn (aus der Hunderterspalte). Dreizehn plus acht plus eins ist zweiundzwanzig (schreibt 2 hin, überträgt 2 in die Tausenderspalte). Drei plus zwei plus eins ist sechs. (vorne erscheint dann die 2.)".

In der dritten Aufgabe (Figur 21) rechnete sie entsprechend, während in der zweiten Aufgabe (Figur 20) ein "Übertrag" nicht notwendig war. Es liegt nahe, die Fehlstrategie in Zusammenhang mit den Algorithmen der Subtraktion zu sehen, die zu dieser Zeit im Unterricht behandelt wurden. (Eine relativ kurze Intervention durch Verdeutlichung des Bündelns brachte diese Fehlstrategie wieder zum Verschwinden.)

Die möglichen Fehlerstrategien sind unerschöpflich, und die Lehrer wundern sich, welche Kreativität in dieser Hinsicht von ihren Schülern an den Tag gelegt wird. Allein für die vier Grundrechnungsarten ließen sich 400 Fehlertypen identifizieren (RADATZ 1980; ENGELHARDT 1977; COX 1975; KILLIAN et al. 1980; LINDVALL/IBARRA 1980; KOCHEMANN 1980a; WATSON 1980; ROBERTS 1968). Ähnliches läßt sich für die geometrische Propädeutik (siehe Eingangsbeispiel und KOCHEMANN 1980b) sowie für Textaufgaben nachweisen (CLEMENTS 1980; SILVER 1977; KNIFONG 1980; KNIFONG/HOLTAN 1976, 1977; NESHER/GREENO 1981).

Solche Fehlerstrategien sind keineswegs auf die Grundschule und Orientierungsstufe beschränkt, sondern ziehen sich bis zur Sekundarstufe II (und zum Studium). Analysiert wurden in diesem Rahmen Fehlermuster bei der Bruchrechnung (PINCHBACK 1981; HART 1981; BOOTH 1981; 1982; KENT 1979; DUNLAP 1976), der Quadratwurzel (EASTERDAY 1980) und der Algebra (SACHAR/BAHER/MILLER 1980; DAVIS/COONEY 1977; KENT 1979).

Eine Auflistung sämtlicher oder auch nur der häufigsten Fehlerstrategien würde den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen. Allerdings lassen sich Grobklassifizierungen angeben, die die unterschiedlichen Fehlertypen zusammenzufassen gestatten. Eine an den Inhalten orientierte Klasseneinteilung wurde von ROBERTS (1968) und ENGELHARDT (1977) entwickelt und am arithmetischen Anfangsunterricht erprobt (siehe auch JANKE 1980):

- Falsche Operation
- (offensichtlicher) Rechenfehler, basierend auf fehlerhaftem Kopfrechnen
- fehlerhafter Algorithmus
- Zufallsantwort.

Diese Klassifikation erlaubt einerseits die Aufstellung und empirische Überprüfung von Fehlerhierarchien (häufige/seltene Fehlertypen), die es dem Leh-

rer gestattet, einen Pool gängiger Schülerfehler zu erstellen und zu erkennen. Andererseits ist mit einer solchen Symptombeschreibung und Auflistung der Erscheinungsweisen von Fehlern noch kein Hinweis auf die kognitiven Prozesse gegeben, die zu den Fehlern führen.

Aus diesem Grund erscheint eine Einteilung in Fehler aufgrund ihrer defizitären Informationsaufnahme- und -verarbeitungsprozesse angezeigt (RADATZ 1980). Fehlerquellen bei der Aufnahme dargebotener Information liegen danach

- im Bereich des Sprach- und Textverständnisses (s.o. für Textaufgaben)
- und in der Analyse von Veranschaulichungen durch Darstellungen und Diagramme.

Den Prozeß beeinflussende Faktoren sind u.a.

- falsche Assoziation und Einstellung (beispielsweise LUCHINS-Effekte)
- Gebundensein eines Begriffs an spezifische Repräsentationen (etwa für die Spiegelung an "nicht-senkrechten" Spiegelachsen zu Lösungen, die einer "senkrechten" Achse entsprechen. Dies hat nichts mit entwicklungsbedingten Fehlern zu tun, s.o.)
- Nichtberücksichtigen bedeutsamer Information
- vorzeitiges Abbrechen der Problembearbeitung
- fehlerhaftes Begriffsverständnis
- und Gedächtnisschwächen (z.B. Vergessen von Zwischenlösungen).

Es zeigt sich, daß, sieht man von Gedächtnisfehlern ab, alle Schülerfehler eine zugrundeliegende Struktur in dem Sinne haben, daß der Lösungsweg von den Schülern angegeben und vom Lehrer nachvollzogen werden kann, sie also eine innere Logik besitzen, die den Schüler veranlassen, bei nächster Gelegenheit den gleichen Fehler wieder zu machen (zum Ärger des Lehrers). Sie sind sogar so persistent, daß sie einen Neudurchlauf durch den Stoff und ein Wiederholen des korrekten Lösungsalgorithmus meist unbeschadet überstehen (ROSNICK/CLEMENT 1980). Warum?

Die Untersuchungen und Konzepte innerhalb der sich annähernden Disziplinen "Kognitionspsychologie" und "Künstliche Intelligenz" (artificial intelligence) liefern dazu einigen Aufschluß. So laufen Problemlöseprozesse beim Menschen ähnlich ab wie bei Maschinen: es gibt Programme, Lösungsalgorithmen, die die

stufenweise Abarbeitung des Lösungswegs gestatten. Hierbei kann innerhalb eines Programms ein sogenanntes Unterprogramm für die Erledigung eines Teilschrittes "aufgerufen" werden. Das Oberprogramm muß daher nicht sämtliche Teillösungsalgorithmen gespeichert haben, sondern reguliert nur den richtigen Ablauf. Das Oberprogramm kann sich beim Menschen an visuellen Stimuli orientieren, um Unterprogramme aufzurufen (beim Autofahren lösen etwa Landmarken, Hinweisschilder etc. solche Teilschritte aus); dann handelt es sich um sogenannte visuell-moderierte Sequenzen (DAVIS 1978, 1979). So ist z.B. die "Lösung" von 0,3 + 0,4 = 0,07 auf visuell-moderierte Sequenzfehler zurückzuführen (bei akustischer Darbietung tritt der Fehler nicht auf) und ebenso in späteren Klassen: $2x^3 + 6x + 4x^2 + x^3 + 3x + 5x^2 = 2x^3 + 9x^2 + 9x$. An einer visuell-moderierten Hemmung mag es ebenfalls liegen, wenn Schüler das Gleichungssystem $a + b = 1{,}2$; $a - b = 0{,}7$ lösen können, das Gleichungssystem $\sin\alpha + \cos\beta = 1{,}2$; $\sin\alpha - \cos\beta = 0{,}7$ aber nicht. Das Oberprogramm muß allerdings nicht im Sinne einer schrittweisen Abfolge gespeichert sein, sondern, und das ist eher die Regel, tritt nach einiger Übung holistisch auf in Form integrierter Sequenzen. So ruft die Anforderung einer langen Multiplikationsaufgabe bei den meisten von uns etwa ein visuell-imaginäres Bild wie in Abbildung 22 hervor, eine Divisionsaufgabe wird wie Abbildung 23 vorgestellt, wobei die Leerstellen noch mit Zahlen zu belegen sind und auch die Länge variabel ist.

```
xxxx · xxx
----------
xxxx
xxxxx
 xxxxx
-------
xxxxxx
```

Abbildung 22

```
xxxx : xx = xxx
xx
--
 xx
 xx
 --
 xxx
 xxx
 ---
   0
```

Abbildung 23

Je nach Klassenstufe und gerade zu behandelndem Stoff verursacht das durch den Anfang einer Aufgabe wie "Ein Dampfer fährt auf einem Fluß ..." evozierte visuelle Bild Erwartungen, daß das Kommende eine Additions-/Subtraktionsaufgabe sei (Dampfergeschwindigkeit minus Wassergeschwindigkeit), eine Vektoraufgabe oder eine Geometrieaufgabe (o.a.m.). Die Schüler haben das Lösungsmuster parat, bevor die Aufgabe zu Ende gestellt ist.

Die einzukommende Information wird also auf eine schon vorhandene Struktur abgebildet. Diese Vorstruktur ist spezifisch für das Problemfeld, wird im Gedächtnis aufgebaut und kann jederzeit abgerufen werden. Sie bildet den "Rahmen" ("frame"; DAVIS 1980a, 1980b; DAVIS/MCKNIGHT 1979) auf dem die erwartete Information interpretiert wird. Rahmen haben weitreichende Eigenschaften: da sie eine Struktur des spezifischen Problembereichs darstellen, geben sie an, welche Informationen noch fehlen, welche also noch zu suchen und welche aus dem vorhandenen Wissen zusätzlich einzusetzen sind.

Es zeigt sich nun, in Obereinstimmung mit dem Obengesagten, daß relativ selten Schülerfehler im Bereich untergeordneter Programme zu finden sind, sondern daß sie auf der Ebene der Rahmen, d.h. der die Unterprogramme aufrufenden Struktur liegen. Diese Rahmen haben sich für ein spezifisches Gebiet als hilfreich erwiesen und werden daher (unzulässigerweise) auf Nachbargebiete generalisiert.

Es lassen sich eine Reihe solcher Rahmen für die Grundschule identifizieren. So ist einer der ersten Rahmen der der "undifferenzierten binären Operation", in dem, da außer der Addition keine weiteren Operationen bekannt sind, zwei Zahlen prinzipiell summiert werden, unabhängig vom Operationszeichen. Der Rahmen ist binär, als er zwei Zahlen als Eingang verlangt. Gibt man Kindern nur eine Zahl, z.B. 3, dann erhält man als Antwort "6": die fehlende Information wurde gesucht, nicht gefunden und daher eingesetzt, indem die erste Zahl nochmals verwandt wurde. Auf einem gleichen Prinzip beruhen Fehler wie in Figur 24.

63	63	561	561
+ 2	+ 2	+ 31	+ 31
85	5	892	92

Figur 24

Ähnliche Rahmen lassen sich für die anderen Grundrechnungsarten nachweisen (DAVIS 1980a), aber auch weitere, z.B. der Benennungs- oder Einheiten-Rahmen. Darin führt (selbst für Studenten) die Aussage "An der Universität gibt es sechsmal soviele Studenten (S) wie Professoren (P)" zu der Gleichung 6S = P.

Schülerfehlern unterliegen fast ausschließlich falscher Rahmengebung, wobei zeitlich vorangehende Rahmen die adäquaten Rahmen ersetzen. So wird häufig die Lösung $4 \cdot 4 = 8$ beobachtet, aber nie $4 + 4 = 16$, häufig $2^3 = 6$, aber nie $2 \cdot 3 = 8$. Diese Rahmenfehler sind auch in höheren Klassenstufen zu identifizieren: $\det(A - \lambda I) = 0 \Longrightarrow \lambda = A$; $y = x^4 + 3x + 8x \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = x^3 + 3x + 8$ (teilen durch x, dann erweitern mit $\frac{d}{d}$).

Aufgrund ihrer hohen Persistenz lassen sich solche Schülerfehler, die auf falschen Rahmen beruhen, eben nicht durch eine Korrektur der (Teil-)Lösungsschritte, der Unterprogramme, beheben, sondern bedürfen eines Rahmenwechsels, ein ungleich schwierigeres Unterfangen für den Lehrer.

3.3. Teilleistungsschwächen

Teilleistungsschwächen stellen die gravierendsten Behinderungen im Mathematikunterricht der Grundschule und Orientierungsstufe dar, als sie am schwierigsten zu diagnostizieren sind und der langwierigsten Intervention durch den Lehrer (und der Eltern) bedürfen. Der folgende Abschnitt soll neben einer Definition von Teilleistungsschwächen Beispiele von den Erscheinungsformen dieser verschiedenen Schwächen bringen.

Gehen wir zum Eingangsbeispiel zurück (Abbildungen 3 und 4). Der Schüler verfügt, wie eine detaillierte Exploration zeigt, über keine Raumvorstellung und kann selbst einfachste Aufgaben dieser Art nicht lösen. Ansonsten ist er unauffällig und seine übrigen Leistungen durchschnittlich oder besser. Es handelt sich hierbei offensichtlich um ein sehr isoliertes Defizit und um keine allgemeinere kognitive Schwäche. In diesem Sinne wollen wir Teilleistungsschwäche verstehen, d.h.

- Eine Teilleistungsschwäche ist eine solche minderentwickelte Fähigkeit aus den Bereichen der Wahrnehmung, der Speicherung und der Integration (mathematischer) Information, die im Vergleich zur sonstigen intellektuellen Entwicklung zurückgeblieben ist (FRIEDRICH 1980; FROSTIG/MÖLLER 1981).

Zu dieser Definition ist mehreres anzumerken.

- Erstens ist die Unabhängigkeit von der (durchschnittlichen) intellektuellen Fähigkeit hervorzuheben. Teilleistungsschwächen sind, wie der Name sagt, partikuläre Ausfälle bzw. Unterentwicklungen und gehen nicht mit niedriger

Intelligenz einher. Vielmehr kommen sie bei hoch- und durchschnittlich intelligenten Kindern gleichermaßen vor.

- Zum zweiten ist in dieser Definition nichts über mögliche Verursachungsfaktoren der Teilleistungsschwächen ausgesagt.
- Drittens sind Teilleistungsschwächen Störungen, die oft nicht als solche, sondern in Form von Zustandsbildern einer intellektuellen Behinderung oder Verhaltensstörungen zutage treten, wobei letzteres u.a. ein Sekundärsymptom einer nicht diagnostizierten und/oder vom Lehrer fehlinterpretierten Teilleistungsschwäche sein kann.
- Und viertens ist die obige Aussage eine relative im Sinne einer Fähigkeitsminderung in bezug auf andere (siehe Abbildung 25). Die Frage, wann denn eine Teilleistungsschwäche als solche klassifiziert werden kann, d.h. die Abgrenzung des "Pathologischen" vom "Normalen", erscheint einerseits in der Literatur kontrovers diskutiert und zweitens für pädagogische Probleme müßig.

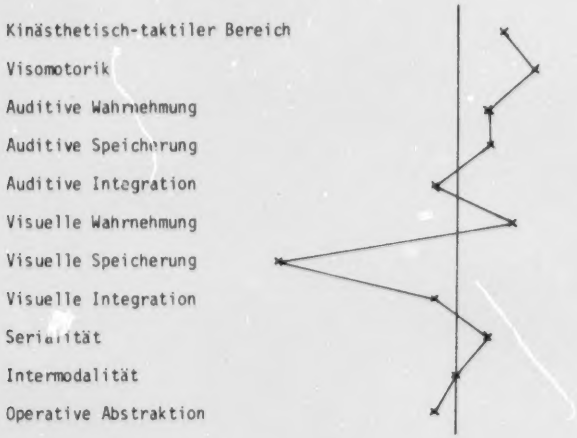


Abbildung 25: Beispiel einer Teilleistungsschwäche im Bereich visueller Speicherung

In welchen Bereichen und in welcher Form machen sich Teilleistungsschwächen im Mathematikunterricht bemerkbar? Es erscheint sinnvoll, eine Einteilung entlang der zur Lösung mathematischer Probleme im Mathematikunterricht der Grundschule notwendigen kognitiven Prozesse vorzunehmen, und nicht entlang der mathematischen Gebiete, da eine Teilleistungsschwäche sich im Versagen (oder in mangelhaften Strategien) in unterschiedlichen mathematischen Bereichen manifestiert bzw. innerhalb eines Bereichs verschiedene Teilleistungsschwächen wirksam werden.

Unter Kognitionen fassen wir (in Anlehnung an die Kognitionspsychologie) "all jene Prozesse, durch die deren sensorische Input umgesetzt, reduziert, weiterverarbeitet, gespeichert, wieder hervorgeholt und schließlich benutzt wird" (NEISSER 1967). Zwei Bereiche lassen sich dabei unterscheiden: der auditive und der visuelle (siehe Tabelle 26). Störungen können jeweils im Unterbereich der Wahrnehmung, der Speicherung, der Integration und dem Operieren des Inputs (um es erstmal neutral auszudrücken) vorliegen. Hinzu kommen der Bereich der Intermodalität (Transfer zwischen den Modi), Sprachschwierigkeiten und, allgemein formuliert, Entscheidungsprobleme über anzuwendende Algorithmen (BRUSCHEK 1980).

	Wahrnehmen	
	Speichern	
auditiv	Integrieren	*visuell*
	Operieren	
	Intermodalität	
	Sprachschwierigkeit	
	Entscheidungsfindung	

Tabelle 26: Bereiche kognitiver Prozesse

a) auditiver Bereich

Teilleistungsschwächen im Bereich der auditiven Wahrnehmung dürften im Mathematikunterricht keine besondere Rolle spielen, bzw. keine mathematikspezifischen Fehlleistungen verursachen. Hörgeschädigte Kinder sind wohl, so darf

man annehmen, bereits in der ärztlichen Voruntersuchung ausgefallen und einer speziellen Therapie zugeführt.

Der zweite größere Teilbereich bei der auditiven Wahrnehmung liegt in mangelnder selektiver Aufmerksamkeit, d.h. aus der Fülle akustischer Stimuli, die in der Klasse vorherrschen, die relevanten auszugliedern, etwa die Stimme des Lehrers, die bestimmten Schülerantworten auf Lehrerfragen etc.. Solche Schüler fallen aufgrund dieser mangelnden Diskriminationsfähigkeit d.h. ihrer auditiven Figur-Grund-Probleme durch hohe Ablenkbarkeit, Unkonzentriertheit, Nicht-Reagieren auf Aufruf u.ä. auf. Da diese Symptome aber auch in anderen Fächern in gleicher Form auftreten, braucht hier nicht weiter darauf eingegangen zu werden.

Auditiver Bereich

Wahrnehmung	Figur-Grund-Diskrimination
Speicherung	Ziffernfolgen Kopfrechnen Textaufgaben Mengenordnen Klassifizieren Number-Facts Dysnomie
Serialität	Zahlverdrehen Operationsverdrehen Textaufgaben
Operieren (Sprache)	Adjektive Präpositionen Relationen Grundstruktur von Sätzen

Tabelle 27: Unterbereiche auditiver Informationsverarbeitung und damit zusammenhängende Gebiete aus dem Mathematikunterricht, in denen bei Teilleistungsschwächen Störungen zu erwarten sind.

Die auditive Speicherung, das auditive Gedächtnis, wird vor allem dort eingesetzt, wo akustisch dargebotene Signale aufgenommen und weiterverarbeitet werden müssen, wobei dies meist erst mit einer zeitlichen Verzögerung auftritt. Im Mathematikunterricht gibt es eine Reihe von Aufgaben, wo Teilleistungsschwächen in diesem Bereich die erfolgreiche Bearbeitung verhindern (LEMPP 1971, 119ff). Z.B. verlangt die Zahl 863 799 die Speicherung der einzelnen Ziffern, bevor sie aufgeschrieben oder weiterverarbeitet werden kann. Das Kopfrechnen, etwa 7 + 12 + 8 = , verlangt sowohl die Speicherung der Aufgabe als auch der Zwischenergebnisse. Bei Textaufgaben in akustischer Darbietung ist die gesamte Information zu behalten, und auch bei Arbeitsanweisungen kommt es auf die Speicherung der einzelnen Worte an, da sonst die Grundstruktur des Satzes nicht entschlüsselt werden kann. ("Gib mir die roten, runden Plättchen.").

Ausfälle bei auditiver Speicherung bewirken darüber hinaus Schwierigkeiten, Objekte nach mehr als einer Eigenschaft zu klassifizieren (z.B. Plättchen nach grün, groß, Quadrat). Es tritt häufig ein sogenannter recency- und/oder primary-effect auf, der aus der Gedächtnispsychologie bekannt ist, d.h. der Schüler behält nur die ersten bzw. letzten Informationsstücke einer längeren Aussage im Gedächtnis. Das Kind wird auch number facts, die sich bis zur 3./4. Klasse automatisiert haben sollten, nicht behalten, sondern jeweils neu ableiten müssen, wodurch sich neben längerem Zeitaufwand auch Fehler im Bereich des Kopfrechnens und Assoziationsschwächen bemerkbar machen. Darüber hinaus werden Bezeichnungen für Eigenschaften, mathematische Begriffe u.a.m. auditiv gespeichert. Das Kind mit Defiziten im auditiven Gedächtnis hat daher Schwierigkeiten, sich an neu gelernte Bezeichnungen zu erinnern, obwohl es durchaus über den Begriff verfügt. Dieses Kind wird im Mathematikunterricht der Grundschule, in dem bis zu 500 neuer Begriffe eingeführt werden (s.o. LÜRCHER 1976), enorme Probleme haben, sollte der Lehrer auf konkreter Ausdrucksweise bestehen (Fachterminus: Dysnomie).

Operieren im auditiven Bereich (und das umfaßt auch schon eine mögliche Reduktion bei der Speicherung) betrifft vor allem die Sprache, den gesprochenen Satz. Störungen können auf unterschiedlichen Ebenen eintreten, etwa auf die Unterscheidung von Phonemen, auf die hier nicht eingegangen wird. Es geht im Mathematikunterricht weniger um Probleme des Erkennens der "Oberflächenstruktur" eines Satzes als um die Analyse seiner "Grundstruktur", die sich in

verschiedenen Oberflächenstrukturen realisieren kann (siehe Beispiele in Tabelle 28). Verlangt wird im Mathematikunterricht von diesen Sätzen eine Analyse ihrer *logischen* Struktur, die sich in mathematische Sachverhalte (Algorithmen, algebraische Strukturen etc.) übersetzen läßt.

Beim Kaufmann liegen immer 4 Pakete Waschpulver aufeinander. Auf dem unteren Regal sind drei Stapel, auf dem oberen 5 Stapel.

Beim Kaufmann liegen auf den Regalen immer 4 Pakete Waschpulver aufeinander. Auf dem unteren liegen drei Stapel, auf dem oberen 5 Stapel.

Beim Kaufmann liegen immer 4 Pakete Waschpulver aufeinander. Auf dem oberen Regal sind drei Stapel, auf dem unteren 5 Stapel.

Beim Kaufmann liegen immer 4 Pakete Eiernudeln aufeinander. Auf dem unteren Regal sind drei Stapel, auf dem oberen 5 Stapel.

Tabelle 28: Aussagen mit gleicher (mathematischer) Grundstruktur und unterschiedlicher Oberflächenstruktur

Kinder mit Teilleistungsschwächen im sprachlichen Bereich haben Schwierigkeiten mit bestimmten Adjektivtypen. Während etwa die Farbe, Form, Anzahl leichter angegeben und verstanden werden kann, treten Probleme bei Begriffen der Entfernung (nah, fern), der Zeit (kurz, lang) und vor allem der Vergleiche (Komparative: groß, größer, am größten auf (vgl. BRUSCHEK 1980; FROSTIG/MÖLLER 1981). Gleiches gilt für Präpositionen, etwa räumliche Konzepte (bestimmte: auf, über unter; unbestimmte: an, bei in) oder zeitliche (vorher, nachher). Besondere Schwierigkeiten treten auf bei Präpositionen, die sowohl räumliche wie zeitliche Relationen angeben (an, um, von, vor, zwischen, in) (HOROWITZ 1972).

Diese Form der Teilleistungsschwäche der "Grundstruktur"-Analyse von Sätzen ist abzuheben von Problemen eines sozialgebundenen "restringierten Codes" (BERNSTEIN 1960) und von der Verfügbarkeit der Sprache in nur beschränkten Verwendungssituationen, die eher eine Besonderheit dieser Altersstufe, d.h. entwicklungsbedingt, ist.

Besondere Schwierigkeiten machen relationale Äußerungen, wie etwa besitzanzeigende (Bruder meiner Mutter), vergleichende, passive, Ursache-Wirkung (wenn - dann, daher, weil), ein- und ausschließende (alle, keiner, manche, irgendeiner, alle außer, weder - noch). Die besondere Bedeutung solcher Sprachnuancen und damit zusammenhängender kognitiver Verarbeitung für den Mathematikunterricht der Eingangsklassen braucht hier nicht weiter betont zu werden.

Am bedeutsamsten bleibt aber für den Grundschul-Mathematikunterricht (und darüber hinaus) letztlich die Fähigkeit, Sätze und Probleme von ihrer Oberflächenstruktur auf ihren mathematischen Kern, ihre algebraische Struktur, zu reduzieren (KRUTETSKII 1976).

b) Visueller Bereich

Unter Teilleistungsschwächen im Bereich visueller Wahrnehmung sind hier nicht Sehstörungen, Ausfälle im Gesichtsfeld oder ähnliches gemeint, sondern Schwächen im *diskriminieren* optischer Stimuli. Diese treten etwa auf beim Nichterkennen von Größengleichheit und Formunterschieden (siehe Eingangsbeispiel), wie sie in der geometrischen Propädeutik gefordert werden, aber auch bei jeder ikonischen Präsentation. Festzuhalten ist, daß sich die Wahrnehmung im zweidimensionalen Feld wesentlich später entwickelt als im dreidimensionalen (FROSTIG 1981). Schwächen im letzteren werden daher auf erstere durchschlagen.

Visueller Bereich

Wahrnehmung	Figur-Grund-Diskrimination Wahrnehmungskonstanz Räumliche Beziehung (Ordnungsrelation, Mengenerfassung, 1-1-Zuordnung) Zweidimensionalität
Speicherung	Erkennen Reproduzieren (Remanenzschwäche)
Serialität	Stellenwertsystem Operationenfolge
Operieren	Geometrie Grundrechnungsarten Zweidimensionalität

Tabelle 29: Unterbereiche visueller Informationsverarbeitung und damit zusammenhängende Gebiete aus dem Mathematikunterricht, in denen bei Teilleistungsschwächen Störungen zu erwarten sind

Kinder mit Teilleistungsschwächen im Bereich visueller Wahrnehmung zeigen Schwierigkeiten der *Figur-Grund-Wahrnehmung* (CRUICKSHANK 1975), d.h. aus einem komplexen optischen Hintergrund die relevanten Stimuli zu isolieren (siehe Abbildung 30). Dieses Symptom liegt in ähnlicher Form bei der Feldabhängigkeit vor: verdeckte oder versteckte Figuren können nur schwer erkannt werden, sie treten optisch nicht hervor.

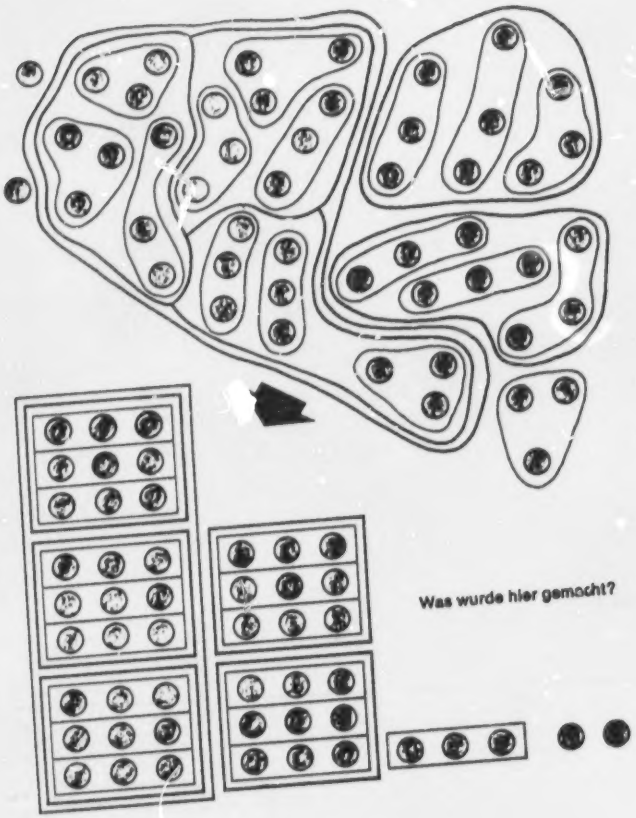


Abbildung 30: Aufgabe, die eine Figur-Grund-Diskrimination erfordert (Aus einem Schulbuch; da es sich um ein paradigmatisches Beispiel handelt, das so oder ähnlich in fast sämtlichen Grundschulwerken vorkommt, und die Güte nicht zur Diskussion steht, entfällt ein Hinweis auf die Urheberschaft.)

Eine weitere Schwierigkeit ist die der *Wahrnehmungskonstanz*. Es bezeichnet die Fähigkeit, geometrische Figuren, die in verschiedenen Größen, Schattierungen, Anordnungen und räumlichen Stellungen dargestellt sind, von ähnlichen Figuren zu unterscheiden (Kreise, Ellipsen, Quadrate, Parallelogramme, Rechtecke usw., siehe Abbildung 31). Die Arbeitsanweisung gerade zu solchen Aufgabenklassen sind meist ikonisch (zusammenfassen, trennen, einkreisen), so daß Kinder mit solchen Teilleistungsschwächen keine Hilfen taktil-kinästhetischer Art haben und Aufgaben solcherart nicht lösen können (JOHNSON/ MYKLEBUST 1971).

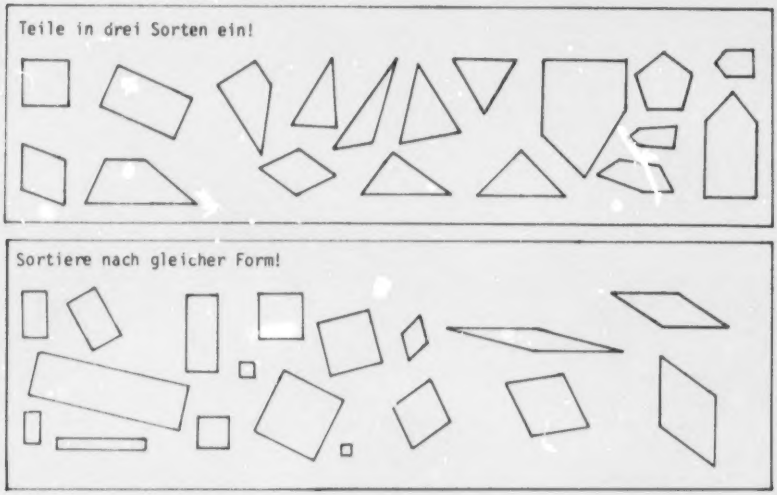


Abbildung 31: Aufgaben, die Wahrnehmungskonstanz verlangen.

Die Wahrnehmung räumlicher Beziehungen umfaßt die Fähigkeit zur Analyse von einfachen Formen und Mustern, (dies spielt, zugegeben, auch bei dem Erst-Lese-Unterricht eine Rolle) die Stellung von Linien, um nicht Geraden zu sagen, Lösungsbeziehungen u.ä.. Während bei der Figur-Grund-Wahrnehmung das optische Feld in zwei Teile geteilt ist, nämlich einen vorherrschenden Teil, auf den die Aufmerksamkeit gelenkt ist, und einen unaufdringlichen Teil, muß bei der Wahrnehmung räumlicher Beziehungen eine beliebige Zahl verschiedener

Teile in ihrer räumlichen Beziehung zueinander gesehen werden, die alle den gleichen Aufmerksamkeitsgrad erhalten (Winkel, Darstellungen von Würfeln u. a.m.). Störungen in diesem Bereich bewirken etwa Schwierigkeiten im Erkennen von Längen- und Größenunterschieden und verhindern einen Aufbau der Ordnungsrelation (zumindest visuell), der ja durch Vergleichen zweier und mehrerer Objekte entsteht. Darüber hinaus gelingt die Mengenerfassung und letztlich die 1-1-Zuordnung nicht, die jeweils fundamentale Voraussetzungen für die Zahlbegriffsentwicklung zumindest nach gängiger Methodik sind. Schwierigkeiten treten auch bei der Symbolschreibweise in der Mathematik auf, in der die Serialität eine dominante Rolle etwa im Stellenwertsystem und im Ausführen von Operationen spielt.

Das Erkennen eines optisch dargebotenen Stimulus setzt voraus, daß ein ähnlicher bereits gespeichert ist, mit dem er verglichen werden kann (Erkennen = Wiedererkennen). Das Speichern bzw. visuelle Reproduzieren visueller Gedankeninhalte kann aber gestört sein (WEBSTER 1979), so daß das Kind angeblich bekannte (d.h. im Unterricht behandelte) geometrische Objekte nicht wiedererkennt. Es gelingt ihm nicht, einfache Fragen über Eigenschaften geometrischer Objekte zu beantworten, da es sich diese nicht vorstellen kann ("Wie viele Ecken hat ein Würfel? Wie viele Flächen, Kanten", "wie viele Seiten hat ein Quadrat?"). Es geht hierbei um das ganzheitliche, holistische Reproduzieren, das sogenannte visuelle Vorstellungsvermögen, das es uns ermöglicht, eine geometrische Figur ohne Analyse zu erkennen. Es werden ja keine Kanten oder Seiten "gezählt" (GRISSEMANN (1974) nennt es "Remanenzschwäche").

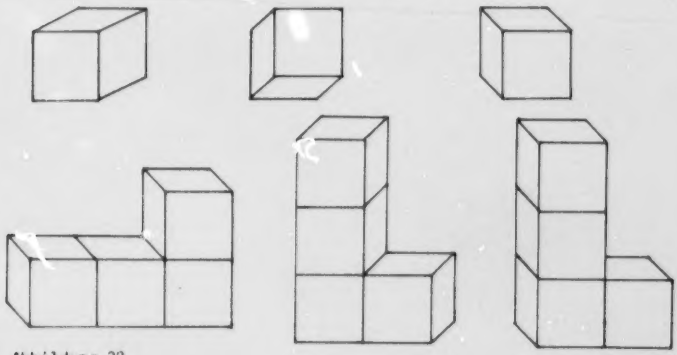


Abbildung 32

Dargebotene bzw. vorgestellte visuelle Inhalte müssen in verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts der Grundschule verändert, in andere überführt und manipuliert werden. Das gilt sowohl für die geometrische Propädeutik (siehe Abbildung 32), als auch für die Arithmetik. Die Grundrechnungsarten als Abstraktion von Mengenoperationen verlangen nach bildlicher Vorstellung (etwa die Aufgabe 103 - 16). Das Rechnen entwickelt sich (folgt man z.B. im Unterricht der Theorie von PIAGET bzw. der Methodik von AEBLI) aus Handlungen mit konkreten Mengen, Zahlworte werden gelernt samt Zuordnung zu Mengen, dann Übergang von konkreten zu abstrakten Mengen bzw. gegenständlichen Korrelaten, die allgemeingültig und übertragbar sind. Dann, und das ist hier entscheidend, wird die Fähigkeit der Vorstellung (Reproduktion) gefordert und nicht mehr die Wahrnehmung (siehe GRISSEMANN 1974; FREIDUS 1969; Tabelle 33). (Die Teilleistungsschwäche auf diesem Gebiet macht sich innerhalb der Grundschule nur bei bestimmten Aufgaben in anderen Fächern bemerkbar, allerdings versagen diese Kinder interessanterweise dann später häufig in Geographie.)

Aufbau und Interiorisation arithmetischer Operationen

Methodisches Vorgehen	Kognitive Prozesse	mögliche Störbereiche
Konkreter Operationsaufbau; Handlungsvollzug unter Beachtung der quantitativen Struktur	Visuelle Antizipation von Teilschritten, Rückblick als vorstellungsmäßiges Erinnern	Visuelle Gliederung; visuelles "Denken"
Bildhafte Darstellung der Operationen (und ziffernmäßige)	Visuelle Vorstellung des Operationsprozesses (bei statischer Darstellung)	Visuelles Gedächtnis; visuelles Operieren
Ziffernmäßige Darstellung	Visuelle Vorstellung der Operation an anschaulichen Handlungskorrelaten; allmählicher Verzicht visueller Bedeutung (⟶ logisch - unanschaulich)	Konkretismus; operative Abstraktion
Automatisierung im Zeichenbereich		Assoziationsschwäche

Tabelle 33: Aufbau und Interiorisation arithmetischer Operationen (nach GRISSEMANN 1974)

Die Kodierung aufgenommener Information wird normalerweise in den wenigsten Fällen nur eingleisig, d.h. visuell oder auditiv, vorgenommen, vielmehr wird etwa neben dem Ikon auch der sprachliche Begriff mit abgespeichert bzw. aufgerufen und umgekehrt (FROSTIG 1975).

Mathematische Aufgaben verlangen in der Regel eine solche *Intermodalität*, einen Transfer von sprachlichen Äußerungen in visuelle Vorstellungen oder von ikonischen Präsentationen in sprachliche-arithmetische Formen. Die Evozierung eines vorstellungsmäßigen Bildes durch sprachliche Äußerungen ist in vielen Fällen hilfreich bei der Bearbeitung mathematischer Probleme; allerdings ist teilweise bzw. für bestimmte Kinder der visuelle Reiz derart dominant, daß er zu Fehllösungen führen kann (dies gehört allerdings in den Bereich der Fehleranalyse und nicht zu den Teilleistungsschwächen; siehe oben bei visuell-moderierten Sequenzfehlern).

Eine Teilleistungsschwäche kann auch in eben diesem Bereich der Intermodalität vorliegen. Zwei Beispiele extremer Art wurden in Bielefeld im Rahmen des Projekts "Mathematik-Klinik" am IDM beobachtet, das sich mit Schülern mit spezifischen Rechenschwächen beschäftigt:

- Einer Schülerin im Alter von acht Jahren (2. Klasse) gelang in keiner Form die Umsetzung gehörter Zahlen auf schriftliche Niederlegung; sie konnte Zahlendiktate nicht schreiben und Kopfrechenaufgaben nicht lösen. Dagegen hatte sie keine nennenswerten Schwierigkeiten beim Abschreiben von Zahlen und Texten und konnte visuell dargebotene Aufgaben im geforderten Rahmen bearbeiten.
- Einem elfjährigen Schüler, der zweimal rückversetzt worden war und mit mäßigem Erfolg lesen und schreiben konnte, bereitete die Umsetzung optischer Stimuli dann unlösbare Probleme, wenn es sich um Ziffern handelte. Er war nicht in der Lage, Aufgaben aus dem Buch oder von der Tafel abzuschreiben und bemalte zeilenweise sein Heft mit sinnlosen Ziffernfolgen (für eine Fülle von ähnlichen Beispielen solcherart siehe COHN 1971). Umso erstaunlicher war dann die Beobachtung, daß dieser Schüler mit Abstand der beste "Kopfrechner" der Klasse war, und selbst schwierige Subtraktionsaufgaben im Bereich bis 1 000 000 (842 000 - 8 400 =) löste er schneller als die Lehrerin (und wir). Es handelte sich herbei aber um keine isolierte Fähigkeit im Sinne eines "idiot savant" (DUCKETT 1977; RICHTER 1955; WEINSCHENK 1970).

Die letzte Teilleistungsschwäche im Mathematikunterricht, die nur kurz erwähnt werden soll, ist das spezielle Problem mit mathematischen Operationen bzw. Entscheidungsprobleme über anzuwendende Unterprogramme. Es manifestiert sich in Form des sogenannten Konkretismus. Zur Zeit ist leider sehr wenig über die Form bzw. die zugrundeliegenden kognitiven Fehlprozesse dieser Teilleistungsschwäche bekannt. Sie lassen sich nur beschreiben:

- Es besteht eine Konfusität bei der Verwendung/Anwendung mathematischer Operationen; der Lehrer hat den Eindruck, als sei der Schüler, im Gegensatz zu seinem sonstigen Verhalten, verwirrt, er wisse gar nicht, worum es geht (für Beispiele siehe JANSKY 1965). Die Verarbeitung erfolgt plan- und ziellos, in seiner extremen Form ohne erkennbares Muster. Derart hebt es sich von Fehlern, denen eine feste Struktur zugrundeliegt, ab. Fälle der Entscheidungsfindungsschwierigkeit über mathematische Operationen (Unterprogramme) bei gleichzeitig durschnittliche/guter Fähigkeit bei der Ausführung der Elementaroperationen sind bekannt. Eventuell hängt dieses Symptom mit einer Symbolisierungsschwäche zusammen, was sich allerdings nicht immer nachweisen läßt, oder mit der sogenannten "Problemlösefähigkeit", bei der erst die abstrakte Struktur eines Problems erkannt werden muß, bevor die Teilalgorithmen abgearbeitet werden können. Es könnte daher mit operativer Abstraktionsschwäche (Konkretismus) zu tun haben.

Teilleistungsschwächen sind Werkzeugschwächen der kognitiven Bearbeitung mathematischer Aufgaben/Probleme bzw. der Aneignung mathematischer Begriffe. Eine Teilleistungsschwäche kann in unterschiedlichen Bereichen und auf unterschiedlichen Ebenen mathematischer Leistung wirksam werden, ist aber (meist) an eine bestimmte Präsentationsform gebunden. Dies unterscheidet sie von entwicklungsbedingten Fehlleistungen bzw. (terminus technicus) von Schülerfehlern, die an einem spezifischen Begriff oder eine Operation gebunden sind und innerhalb dieser ein gleichbleibendes Muster zeigen.

Teilleistungsschwächen in einem Modus können durch (da häufig benutzte und selbsterlernte) andere Fähigkeiten bis zu einem bestimmten Grad kompensiert werden. Etwa werden visuelle Teilleistungsschwächen, die nach gängiger Methodik eine Zahlbegriffsentwicklung und den Aufbau arithmetischer Operationen behindern müßten, durch hohe Gedächtnisleistung bzw. sprachliche Kodierungen überbrückt.

Teilleistungsschwächen sind durch geeignete, individualisierende Programme, die den Unterricht begleiten, behebbar bzw. soweit verbesserbar, daß eine Beeinträchtigung der Mathematikleistung nicht mehr vorliegt.

Fassen wir zusammen:

- Teilleistungsschwächen sind Werkzeugschwächen. Es sind Störungen spezifischer, notwendiger kognitiver Instrumente bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben und Probleme bzw. bei der Aneignung mathematischer Begriffe. Ihre besondere Bedeutung liegt darin, "daß bei sonst gutem Leistungsniveau und guter Erfassungsfähigkeit eine bestimmte Erlebnis- und Erfahrungsweise ausfällt" (LEMPP 1971, 131).
- Teilleistungsschwächen sind präsentationsspezifisch. Sie können zwar in unterschiedlichen curricularen Bereichen und auf verschiedenen Ebenen mathematischer Leistung wirksam werden, sind aber (meist) an eine bestimmte Präsentationsform gebunden. Dies unterscheidet sie von entwicklungsbedingten Fehlleistungen bzw. von Schülerfehlern, die bei einem spezifischen mathematischen Begriff oder einer Operation auftreten und innerhalb dieses engen Rahmens ein gleichbleibendes Muster zeigen.
- Teilleistungsschwächen sind kompensierbar. Sie werden vom Schüler durch andere, häufig benutzte und z.T. selbsterlernte Fähigkeiten bis zu einem bestimmten Grad ersetzt werden. So werden etwa visuelle Teilleistungsschwächen, die nach gängiger Methodik eine Zahlbegriffsentwicklung und den Aufbau arithmetischer Operationen behindern müßten, durch hohe Gedächtnisleistungen bzw. sprachliche Kodierungen überbrückt. Aus diesem Grund werden Teilleistungsschwächen meist zu spät (oder gar nicht) diagnostiziert, da lange Zeit ein interventionsbedürftiges Symptom nicht vorliegt.
- Teilleistungsschwächen sind behebbar. Sie lassen sich durch geeignete, individualisierte Programme, die den Unterricht begleiten, so weit verbessern, daß eine Beeinträchtigung der Mathematikleistung nicht mehr vorliegt. Hier gilt natürlich, wie für therapeutisches Handeln allgemein, daß ein frühzeitiges Erkennen und Eingreifen erfolgversprechender ist, da sich sonst neben das Teilleistungsprogramm ein weiteres gesellen muß, um die kumulierten curricularen Defizite aufzuarbeiten.

4. Diskussion

Die herkömmliche Mathematikdidaktik hat das Problem der spezifischen Rechenschwäche, die nicht mit einer allgemeinen, generalisierten Schulleistungsschwäche einhergeht, bislang zu Unrecht vernachlässigt. Rechenstörungen wurden in den Bereich der Sonder- und Heilpädagogik verwiesen, so daß zumindest für den europäischen und speziell deutschen Raum hierzu kaum Arbeiten vorliegen. So fristete dieses Teilgebiet ein Mauerblümchendasein, beachtet eigentlich nur von Pädiatern oder Kinderpsychiatern (z.B. WEINSCHENK 1970; GRISSEMANN 1974). Die medizinische Betrachtungsweise von Rechenschwächen führt aber zu zweierlei:

- zum einen zu einer mit vielen Latinismen und Graecismen versehenen Terminologie, die auch die feinsten Unterschiede in der Erscheinungsform von Rechenstörungen "differertialdiagnostisch" zu fassen sucht
- zum anderen vereinnahmt sie die "Therapie", indem sie Rechenstörung als neurologisches Symptom definiert, womit dann weniger eine pädagogische als eher eine medikamentöse Intervention indiziert ist ("Mittel der Wahl").

Vom mathematikdidaktischen Standpunkt aus ist aber eine Passung in dem Sinne anzustreben, daß die Modelle von Lernschwächen im Mathematikunterricht zwar hinreichend differenziert sind, um die Vielfalt der Erscheinungsbilder sensibel zu fassen, andererseits aber so strukturiert, daß sie vom Lehrer handhabbar und im Unterricht verwendbar sind (WILSON 1976). Die bestehenden Vorstellungen genügen aber entweder dem einen oder anderen Gebot nicht. So kursieren einerseits hoch elaborierte, differentialdiagnostische und curricular angelehnte Modelle; den vermeindlichen Ursachen von Rechenstörungen liegen entweder Listen arbiträrer Fähigkeiten zugrunde, die als für den Mathematikunterricht bedeutsam angenommen werden (was sie meist auch sind, nur ist das Zustandekommen der Listen unklar, welche Konstrukte nämlich zur Aufnahme würdig oder unwürdig befunden wurden), oder es handelt sich um allgemeine, breit angelegte Konzepte, die alles und gar nichts erklären können. Einige Beispiele mögen dies illustrieren.

KOSC (1974) unterscheidet als Rechenstörungen nach Phänotyp und Genese:

- Akalkulie
- Pseudoakalkulie
- Oligokalkulie
- Pseudooligokalkulie
- Parakalkulie
- numerische Dyslexie
- numerische Dysgraphie
- Dyskalkulie
- Pseudodyskalkulie
- entwicklungsbedingte Dyskalkulie
- postläsionale Dyskalkulie
- verbale Dyskalkulie
- sonsorisch-verbale Dyskalkulie
- motorisch-verbale Dyskalkulie
- dyslektische Dyskalkulie
- dysgraphische Dyskalkulie
- ideognostische Dyskalkulie
- operationale Dyskalkulie
- praktognostische Dyskalkulie.

JOHNSON (1979) dagegen ordnet die speziellen arithmetischen Lernschwächen streng curricular:

- Zahl-Zahlwort-Assoziation
- Objekt-Zahlwort-Assoziation (Zählen)
- Teil-Ganzes-Beziehung
- Prinzipien des Messens
- vier Grundrechnungsarten
- Stellenwert- und Dezimalsystem
- Entscheidung über Operation beim Problemlösen
- kardinale und ordinale Folgen
- Operationszeichen
- Zahlzeichen
- Zeitbegriff
- Münzen.

Als Ursachen von Rechenschwächen der Grundschule nimmt BARTEL (1975) an:

- Störung räumlicher Beziehung
- Störung visueller Wahrnehmung
- Störung der Richtungswahrnehmung
- Störung des abstrakten/symbolischen Denkens
- Störung des Gedächtnisses
- Störung der Leseleistung,

de HIRSCH (1974) und FRIEDRICH (1980) dagegen weiträumiger:

- psychogene Störungen
- neurogene Störungen
- umweltbedingte Störungen
- didaktogene Störungen.

Im vorangehenden ist versucht worden, bestimmte Defizite solcher Art zu umgehen, indem die Komponente kognitiver Problemlöseaktivitäten im Mathematikunterricht betont wurde. Rechenstörungen bilden sich danach aus

- einem Defizit in notwendigen Fähigkeiten, die die Informationsaufnahme und -verarbeitung erfordern (entwicklungsbedingte Störungen, 3.1.; Teilleistungsschwächen, 3.3.);
- Störungen aufgrund ungenügender/fehlerhafter Begrifflichkeiten, die die Problemlösetätigkeiten mangelhaft moderieren (entwicklungsbedingte Begriffsdefizite, 3.1.; strategische Schülerfehler, Fehlermuster, 3.2.).

Mögliche Hilfen bedingen eine genaue Analyse der den Fehlern zugrundeliegenden kognitiven Prozesse. Fehler selbst bilden nur die Oberflächenstruktur, geben aber kaum Hinweise darauf, wie sie zustande kommen. Ein Fehlermuster kann zu unterschiedlichen Fehlern führen, die der Lehrer gar nicht als ähnlich wahrnimmt, und einer Fehllösung können verschiedene kognitive (Fehl-) Prozesse unterliegen: 86 - 4 = 81

(a) häufig zu beobachtender Fehler; Verrechnen um 1 bei der Addition und Subtraktion wird von Schülern, die an den Fingern oder "im Kopf" abzählen, hoch favorisiert

(b) "Vier und sechs ist zehn, plus acht ist achtzehn." Der Schüler schreibt 81 (KOSC 1974, 50).

Welche von diesen beiden oder anderen möglichen Ursachen den Fehler erklärt, kann erst eine Exploration, ein Interview mit dem Schüler ergeben.

Literatur

Arthur, L.E.: Diagnosis of disabilities in arithmetic essentials. Mathematics Teacher, 1966, 43, 197-202.

Ayers, J.B./Cannella, G.S./Search, J.M.: Geometric embedded figure identification and construction by lower grade children. Social Science and Mathematics, 1979, 79, 677-689.

Bartel, N.: Problems in arithmetic achievement. In: Hammil, D./Bartel, N. (Hrsg.): Teaching children with learning and behavior problems. Boston: Allyn & Bacon 1975.

Bell, A.W.: A study of pupils proof-explanations in mathematical situations. Educational Studies in Mathematics, 1976, 7, 23-40.

Bell, A.W.: The learning of process aspects of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 1979, 10, 361-387.

Bernstein, B.: Sprache und soziale Schicht. In: Bernstein, B.: (Hrsg.): Soziale Strukturen, Sozialisation und Sprachverhalten. Amsterdam 1970.

Bishop, A.J.: Visualising and mathematics in a pre-technological culture. Educational Studies in Mathematics, 1979, 10, 135-146.

Bishop, A.J.: Spatial abilities and mathematics education - A review. Educational Studies in Mathematics, 1980, 11, 257-269.

Booth, L.R.: Child-methods in secondary mathematics. Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 29-41.

Booth, L.R.: Strategies and errors in generalised arithmetic. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Booth, L.R.: Getting the answer wrong. Mathematics in School, 1982 (in press).

Brueckner, L.J./Bond, G.L.: The diagnosis and treatment of learning difficulties. New York: Appleton-Century-Crofts 1955.

Bruschek, B.: Zur differenzierten Diagnostik und Therapie von Teilleistungsschwächen. In: Friedrich, M.H. (Hrsg.): Teilleistungsschwächen und Schule. Bern: Huber 1980.

Castiglione, S.S.: Assessment of the learning disabled with regard to cognitive functioning and cognitive complexity. Journal of Learning Disabilities, 1981, 14, 74-80.

Cawley, J.F./Fitzmaurice, A.M.: Diagnostic procedures in mathematics. Focus on Learning Problems in Mathematics, 1979, 1, 17-23.

Chandler, H.N.: Confusion confounded: A teacher tries to use research results to teach math. Journal of Learning Disabilities, 1978, 11, 34-42.

Clements, M.A.: Analyzing children's errors on written mathematical tasks. Educational Studies in Mathematics, 1980, 11, 1-21.

Cohn, R.: Arithmetic and learning disabilities. In: Myklebust, H.R. (Hrsg.): Progress in Learning Disabilities, Band 2. New York: Grune & Stratton 1971, 322-289.

Cox, L.S.: Systematical errors in the four vertical algorithms in normal and handicapped populations. Journal for Research in Mathematics Education, 1975, 202-220.

Cruickshank, W.M.: The psychoeducational match. In: Cruickshank, W.M./Hallahan, D.P. (Hrsg.): Perceptual and learning disabilities in children. Psychoeducational practices. Vol. 1. Syracuse University Press 1975, 71-112.

Cruickshank, W.M./Hallahan, D.P. (Hrsg.): Perceptual and learning disabilities in children. Psychoeducational practices. Vol. 1. Syracuse University Press 1975(a).

Cruickshank, W.M./Hallahan, D.P. (Hrsg.): Perceptual and learning disabilities in children. Research and theory. Vol. 2. Syracuse University Press 1975(b).

Davis, R.B.: Conceptualizing the structures underlying cognitive behavior - The usefulness of "frames". Unpublished paper 1978.

Davis, R.B.: Error analysis in high school mathematics, conceived as information-processing pathology. Unpublished paper 1979.

Davis, R.B.: The postulation of certain specific, explicit, commonly-shared frames. Journal of Mathematical Behavior, 1980, 3, 167-201 (a).

Davis, R.B.: Some new directions for research in mathematics education: Cognitive science conceptualization. Paper at the ICME-IV, San Francisco 1980(b).

Davis, R.B./Cooney, T.J.: Identifying errors in solving certain linear equations. Mathematics Association of Two-Year Colleges Journal, 1977, 170-178.

Davis, R.B/McKnight, C.C.: Modeling the processes of mathematical thinking. Journal of Children's Mathematical Behavior, 1979, 2, 91-113.

Duckett, J.M.: Idiot savants: Super specialization in mentally retarded persons. Dissertation. University Microfilms, 1977, 77-3894.

Dunlap, W.P./House, A.D.: Why can't Johnny compute? Journal of Learning Disabilities, 1976, 9, 210-214.

Dunlap, W.P./Thompson, C.S: Diagnosing difficulties in learning basic math facts. Journal of Learning Disabilities, 1977, 10, 585-589.

Easterday, K.: Student error patterns in studying square root. School Science and Mathematics, 1980, 80, 141-147.

Engelhardt, J.M.: Analysis of children's computational errors: A qualitative approach. British Journal of Educational Psychology, 1977, 47, 149-154.

Engelhardt, J.M./Wiebe, J.H.: Conservation of number and mathematics instruction with manipulative materials. Paper at the PME-Group, Coventry 1979.

Etten, C. van: Arithmetic skills: Assessment and instruction. Journal of Learning disabilities, 1978, 11, 155-162.

Flinter, P.F.: Educational implications of dyscalculia. Arithmetic Teacher, 1979, 26, 42-46.

Freidus, E.: Perceptual-motor systems. In: Myers, P.I./Hammill, D.D. (Hrsg.): Methods for learning disorders. New York: J. Wiley & Sons 1969, 109-181.

Friedrich, M.H. (Hrsg.): Teilleistungsschwächen. Bern: Verlag Hans Huber 1980

Frostig, M.: The role of perception in the integration of psychological functions. In: Cruickshank, W.M./Hallahan, C.P. (Hrsg.): Perceptual and learning disabilities. Psychoeducational practices. Vol. 1, Syracuse University Press 1975, 115-146.

Frostig, M.: Grundfragen zur perzeptiven und kognitiven Entwicklung des Kindes; Prinzipien der Diagnostik und der Behandlung spezifischer Lernstörungen. In: Frostig, M./Müller, H. (Hrsg.): Teilleistungsstörungen. Urban & Schwarzenberg 1981, 8-57.

Frostig, M./Müller, H. (Hrsg.): Teilleistungsstörungen. Urban & Schwarzenberg 1981.

Galbraith, P.L.. Aspects of proving: A clinical investigation of process. Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 1-28.

Gregory, J.W.: Test failure and mathematics failure. There is a difference. Arithmetic Teacher, 1979, 27, 50-52.

Grissemann, H.: Legasthenie und Rechenleistungen. Bern: Verlag Hans Huber 1974.

Gubler, R.: Therapeutischer Mathematikunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1980. Schroedel-Verlag 1980, 118-119.

Hart, K.: Strategies and errors in secondary mathematics - The addition strategy in ratio. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Hart, K./Booth, L.: Children find mathematics difficult - The results of CSMS research. The Institute of Mathematics and its Application, 1981, 17, 114-115.

Hedger, K./Kent, D.: Given two points. Mathematics Teaching, 1978, 9, 19-21.

Hiliel, J./Wheeler, D.: Processes involved in the solution on non-routine problems. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Hills, G.L.C.: Through a glass darkly: A naturalistic study of students' understanding of mathematical word problems. Instructional Science, 1981, 10, 67-93.

de Hirsch, K.: Early language development and minimal brain dysfunction. Learning disabilities: An overview, Bull. N.Y. Acad. Med., 1974, 50, 459-479.

Hollander, S.K.: A literature review: Thought processes employed in the solution of verbal arithmetic problems. School Science and Mathematics, 1978, 78, 327-334.

Homan, D.R.: The child with a learning disability in arithmetic. Arithmetic Teacher, 1970, 17, 199-203.

Horowitz, R.S.: Teaching mathematics to students with learning disabilities. In: Faas, L.J. (Hrsg.): Learning disabilities. Springfield: Ch. Thomas Publ. 1972, 168-189.

Houk, C./Todd, R.M./Barnes, D.H./Englehard, J.B.: LD and Math: Is it the math or the child? Academic Therapy, 1980, 15, 557-570.

Janke, R.W.: Computational errors of mentally retarded students. Psychology in the Schools, 1980, 17, 30-32.

Jansky, M.S.: The phenomenon of plasticity in relation to manipulating numbers and early learning of arithmetic. In: Hellmuth, J. (Hrsg.): Learning disorders, Vol. 1. Washington: Special Child Publications, Inc. 1965, 251-258.

Jansson, L.C.: Structural and linguistic variables that contribute to difficulty in the judgement of simple verbal deductive arguments. Educational Studies in Mathematics, 1974, 5, 493-505.

Janvier, C.: Use of situations in mathematics education. Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 113-122.

Jerman, M.: Instruction in problem solving and an analysis of structural variables that contribute to problem-solving difficulty. Technical Report No. 180. Stanford University 1971.

Jerman, M.: Predicting the relative difficulty of problem solving exercises in arithmetic. Paper at the AERA-meeting, New Orleans 1973.

Jerman, M./Mirman, S.: Structural variables in problem solving exercises solved by prospective elementary school teachers. Paper at the AERA-meeting, New Orleans 1973.

Johnson, D.J./Myklebust, H.R.: Lernschwächen. Ihre Formen und ihre Behandlung. Stuttgart: Hippokrates Verlag 1971 (Kap. XVIII: Rechenstörungen).

Johnson, S.W.: Arithmetic and learning disabilities. Boston: Allyn and Bacon, Inc. 1979.

Kent, D.: Some processes through which mathematics is lost. Educational Research, 1978, 21, 27-35.

Kent, D.: More about the processes through which mathematics is lost. Educational Research, 1979, 22, 22-31.

Killian, L./Cahill, E./Ryan, C./Sutherland, D./Taccetta, D.: Errors that are common in multiplication. Arithmetic Teacher, 1980, 27, 22-25.

Knifong, J.D.: Computational requirements of standardized word problem tests. Journal for Research in Mathematics Education, 1980, 11, 3-9.

Knifong, J.D./Holtan, B.D.: An analysis of children's written solutions to word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 1976, 7, 106-112.

Knifong, J.D./Holtan, B.D.: A search for reading difficulties among erred word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 1977, 8, 227-230.

Kosc, L.: Developmental dyscalculia. Journal of Learning Disabilities, 1974, 7, 164-177.

Krutetskii, V.A.: The psychology of mathematical ability in school children. Chicago: University of Chicago Press 1976.

Küchemann, D.: Children's difficulties with single reflections and rotations. Mathematics in School, 1980, 6, 12-13 (a).

Küchemann, D.: Children's understanding of integers. Mathematics in School, 1980, 6, 31-32 (b).

Kurtz, R./Spiker, J.: Slow or learning disabled - Is there a difference? Arithmetic Teacher, 1976, 23, 617-622.

Lean, G./Clements, M.A.: Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. Educational Studies in Mathematics, 1981, 12, 267-299.

Lempp, R.: Lernerfolg und Schulversagen. München: Kösel-Verlag 1971.

Lepore, A.V.: A comparison of computational errors between educable mentally handicapped and learning disability in children. Focus on Learning Problems in Mathematics, 1979, 1, 30-33.

Lester, F.K.: Developmental aspects of children's ability to understand mathematical proof. Journal for Research in Mathematics Education, 1975, 6, 15-25.

Lindvall, C.M./Ibarra, C.G.: Incorrect procedures used by primary grade in solving open addition and subtraction sentences. Journal for Research in Mathematics Education, 1980, 11, 34-39.

Linville, W.J.: Syntax, vocabulary, and the verbal arithmetic problem. School Science and Mathematics, 1976, 76, 112-158.

Lörcher, G.A.: Mathematik als Fremdsprache. Reflektierte Schulpraxis, 1976, 10, 1-11.

Maier, H./Bauer, L.: Zum Problem der Fachsprache im Mathematikunterricht. In: Schriftenreihe des IDM, 1978, 18, 137-159.

Mann, I.: Lernprobleme. Urban & Schwarzenberg 1979.

Mann, P.H./Suiter, P.A./McClung, R.M.: Handbook in diagnostic-prescriptive teaching. Boston: Allyn and Bacon, Inc. 1974.

Matthews, J.: Five more pages fewer. Mathematics in School, 1980, 9, 24-25.

Matulis, R.S.: A bibliography of articles on the teaching of mathematics in special education. Arithmetic Teacher, 1981, 28, 53-58.

McAloon, A.: Using questions to diagnose and remediate. Arithmetic Teacher, 1979, 27, 44-48.

McLeod, T.M./Crump, W.D.: The relationship of visuospatial skills and verbal ability to learning disabilities in mathematics. Journal of Learning Disabilities, 1978, 11, 237-241.

Neisser, U.: Kognitive Psychologie. Stuttgart: Klett 1967.

Nesher, P./Greeno, J.G.: Semantic categories of word-problems, reconsidered. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Pinchback, C.L.: Computational error of seventh and eighth grade students. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Radatz, H.: Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 1980.

Richter, H.: Kurzbericht über einen Schwachsinnigen mit außergewöhnlichen Rechenleistungen. Zeitschrift für Psychologie, 1955, 158, 281-293.

Roberge, J.J.: Development of comprehension of logical connectives in symbolic or verbal form. Educational Studies in Mathematics, 1975, 6, 207-212.

Roberts, G.H.: The failure strategies of third grade arithmetic pupils. Arithmetic Teacher, 1968, 15, 442-446.

Rosnick, P./Clement, J.: Learning without understandign: The effect of tutoring strategies on algebra misconceptions. Journal of Mathematical Behavior, 1980, 3, 3-27.

Sachar, J./Baker, M.S./Miller, B.G.: Error analysis on literals and numerals in solving equations. Paper at ICME, San Francisco 1980.

Schoen, H.L.: Using the individual interview to assess mathematics learning. Arithmetic Teacher, 1979, 27, 34-37.

Seidel, G.S.: Linguistische Probleme des Mathematikunterrichts der Primarstufe. Zeitschrift für Entwicklunspsychologie und Pädagogische Psychologie, 1978, 1978, 10, 124-133.

Shoecraft, P.J.: The effects of provisions for imagery through materials and drawings on translating algebra word problems, grades seven and nine. University Microfilms, 1971, 72-4976.

Silver, E.A.: Student classification of mathematical word problems: Bases for classification and relationships to problem-solving and other abilities. Paper at the AERA-meeting, New York 1977.

Stafford, R.E.: Mathematics - Quantitative reasoning. Review of Educational Research, 1972, 42, 183-201.

Stein, M : On the development of the concept of proof in mathematical textbooks. Paper at the PME-Group, Grenoble 1981.

Swett, S.C.: Math and LD: A new perspective. Academic Therapy, 1978, 14, 5-13.

Thornton, C.A./Reville, R.: The classroom teacher, the LD child, and math. Academic Therapy, 1978, 14, 15-21.

Vollrath, H.-J.: Lernschwierigkeiten, die sich aus dem umgangssprachlichen Verständnis geometrischer Begriffe ergeben. Schriftenreihe des IDM, 1978, 18, 57-73.

Watson, I.: Investigating errors of beginning mathematicians. Educational Studies in Mathematics, 1980, 11, 319-329.

Webster, R.E.: Visual and aural short-term memory capacity deficits in mathematics disabled students. Journal of Educational Research, 1979, 72, 277-283.

Weinschenk, C.: Rechenstörungen. Ihre Diagnostik und Therapie. Bern: Verlag Hans Huber 1970.

Wepman, J.M.: Auditory perception and imperception. In: Cruickshank, W.M./ Hallahan, D.P. (Hrsg.): Perceptual and learning disabilities in children. Research and Theory. Vol. 2. Syracuse University Press 1975, 259-298.

Wheatley, G.H./Frankland, R.L./Mitchell,R./Kraft, R.: Hemispheric specialization and cognitive development: Implications for mathematics education. Journal for Research in Mathematics Education, 1978, 9, 20-32.

Wilson, J.W.: Diagnosis and treatment in arithmetic: Beliefs, guiding models, and procedures. Arithmetic Clinic, University of Maryland, College Park, Maryland 1976.

Winter, H.: Umgangssprach - Fachsprache im Mathematikunterricht. Schriftenreihe des IDM, 1978, 18, 5-56.

Witelson, S.F.: Sex and the single hemisphere: Specialization of the right hemisphere for spatial processing. Science, 1976, 193, 425-427.

IDM-Reihe

Untersuchungen zum Mathematikunterricht

Herausgegeben vom Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld

Im Jahre 1981 sind erschienen:

Band 1

FRAGEN DES GEOMETRIEUNTERRICHTS

Bandherausgeber
H.-G. Steiner, B. Winkelmann

(Best.-Nr. 5601, 236 S.)

Band 2

PERSPEKTIVEN FOR DIE AUSBILDUNG DES MATHEMATIKLEHRERS

Bandherausgeber
Arbeitsgruppe Mathematiklehrerausbildung

(Best.-Nr. 5602, 308 S.)

Band 3

FORSCHUNG IN DER MATHEMATIKDIDAKTIK

Bandherausgeber
H.Bauersfeld, H.W. Heymann, J.H. Lorenz

(Best.-Nr. 5603, 276 S.)

Im Herbst 1982 sollen erscheinen:

Band 6

ZUR DIDAKTIK DES FUNKTIONSBEGRIFFS

Band 7

PROBLEME DES MATHEMATIKUNTERRICHTS IN DER SEKUNDARSTUFE II

Aulis Verlag
Deubner & Co. KG
Köln

IDM-Reihe

Untersuchungen zum Mathematikunterricht

Herausgegeben vom Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld

Gleichzeitig mit dem vorliegenden Band ist erschienen:

Band 4

MATHEMATIK - PHILOSOPHIE - BILDUNG

Bandherausgeber
Hans-Georg Steiner

In seinem aufsehenerregenden Vortrag auf dem 2. Internationalen Kongreß für Mathematikunterricht in Exeter 1972 hat R. Thom festgestellt: "Tatsächlich beruht, ob man es nun wahrhaben will oder nicht, alle mathematische Pädagogik ... auf einer Philosophie der Mathematik". Dies beinhaltet sowohl die Bedeutung der wissenschaftlich explizit gemachten philosophischen und wissenschaftstheoretischen Standpunkte zur Mathematik für Curricula und Unterrichtsentwürfe wie auch die Rolle der subjektiven "Philosophien", die dem Handeln und Werten der Mathematiklehrer in ihrer Auffassung von Mathematik, Mathematikunterricht und lernendem Schüler zugrundeliegen. Darüber hinaus ist hier die Aufgabe impliziert, philosophische Konzepte zur Mathematik zu entwickeln, die die pädagogische Dimension von vornherein mit einbeziehen.

Der Diskussionszusammenhang von Mathematik-Philosophie-Bildung, der bis in die Antike zurückgeht und seit den Erörterungen zur Ausrichtung des Gymnasiums am Anfang des 19. Jahrhunderts eine besondere Bedeutung gehabt hat, ist heute wieder von aktuellem Interesse sowohl im Hinblick auf die Stellung des Faches Philosophie in der neugestalteten Oberstufe wie hinsichtlich der Orientierung der mathematischen Grund- und Leistungskurse. Der vorliegende Band, der insbesondere Materialien von zwei am IDM durchgeführten Arbeitstagungen enthält, befaßt sich in seinen Beiträgen u.a. mit der Geschichte und aktuellen Situation des Philosophieunterrichts, mit philosophischen Standpunkten hinter den jüngsten Reformdiskussionen, mit Beziehungen zur Informatik und Zusammenhängen von Philosophie und Didaktik. In ihrer Spannweite reichen die Beiträge von enger auf die mathematische Fachmethodologie bezogenen Erörterungen über sozialhistorische Analysen der Mathematikentwicklung, Auseinandersetzungen mit den Theorien von Kuhn und Lakatos und neueren für die Mathematik fruchtbar gemachten Beiträgen zur Theoriendynamik bis zur Wissenschaftssoziologie.

Der Band richtet sich vor allem an Lehrer der Mathematik, der Informatik und der Philosophie, an Fachleiter und Didaktiker in den Bereichen dieser Fächer sowie an Mathematiker, Informatiker, Philosophen und Pädagogen, insofern sie sich mit Fragen des Schulunterrichts und der Ausbildung der Lehrer befassen.

Aulis Verlag
Deubner & Co. KG
Köln